Nouvelles annales de mathématiques

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 3 (1903), p. 365-366

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1903_4_3__365_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1903, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

Numdam

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques
http://www.numdam.org/

CORRESPONDANCE.

M. **de Saint-Germain.** — A propos de l'intéressant problème de Mécanique traité par M. Andoyer dans le numéro de juin des *Nouvelles Annales*, je voudrais faire remarquer avec quelle facilité les équations générales de M. Appell conduiraient aux équations du mouvement.

Conservons les notations de M. Andoyer et reportons-nous aux résultats donnés par M. Appell dans le 1er fascicule du *Journal de Liouville* pour 1900 : les quantités désignées par P, Q, R sont : $-\theta'$, o, o et la partie utile de la fonction $2S$ (énergie des accélérations) est

$$2S = m[x''^2 + (R-\rho)^2\theta''^2] + A(p'^2 + q'^2 + r'^2) + 2A\theta'(rq' - qr') + \ldots.$$

Pour que la sphère ne glisse pas sur le cylindre, on doit avoir

$$x' + q\rho = 0, \qquad (R-\rho)\theta' - p\rho = 0;$$

tirant de là p, q, p', q' et posant $r = \lambda'$, on aura

$$2S = m[x''^2 + (R-\rho)^2\theta''^2] + A\left(\frac{(R-\rho)^2}{\rho^2}\theta''^2 + \frac{x''^2}{\rho^2} + \lambda''^2\right) + \frac{2A\theta'}{\rho}(x'\lambda'' - \lambda' x'') + \ldots.$$

Comme A est égal à $\frac{2}{5}m\rho^2$ et le travail virtuel du poids à

$$\delta U = mg[-\cos\beta\,\delta x + (R-\rho)\sin\beta\sin\theta\,\delta\theta],$$

les équations de M. Appell deviennent

$$\frac{\partial S}{\partial x''} = \frac{7}{5}mx'' - \frac{2}{5}m\rho\lambda'\theta' = -mg\cos\beta,$$

$$\frac{\partial S}{\partial \theta''} = \frac{7}{5}m(R-\rho)^2\theta'' = mg(R-\rho)\sin\beta\sin\theta,$$

$$\frac{\partial S}{\partial \lambda''} = A\left(\lambda'' + \frac{x'\theta'}{\rho}\right) = 0.$$

En remettant r pour λ' et faisant des simplifications évidentes, on retrouve les équations excellemment étudiées par M. Andoyer. Nous n'avons pas, il est vrai, la réaction normale N du cylindre sur la sphère : mais remarquons que le centre de gravité se meut sur un cylindre de rayon $R - \rho$.

Soient

v sa vitesse à l'instant t;
i l'angle qu'elle fait avec Ox;
R_1 le rayon de courbure de la section normale passant par v.

Une des équations intrinsèques du mouvement sur une surface donne

$$\frac{mv^2}{R_1} = N + mg \sin\beta \cos\theta.$$

On a d'ailleurs, eu égard à la formule d'Euler,

$$\frac{1}{R_1} = \frac{\sin^2 i}{R - \rho},$$

$$v \sin i = (R - \rho)\theta';$$

il en résulte

$$N = m(R - \rho)\theta'^2 - mg \sin\beta \cos\theta :$$

c'est précisément la valeur (2) de $-Z$.

Si l'on avait pu regarder les candidats à l'Agrégation comme familiarisés avec les équations de M. Appell et ses résultats principaux, peut-être le problème n'eût pas paru un peu difficile.