NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 3 (1903), p. 183-184

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1903_4_3__183_1>

CORRESPONDANCE.

M. **G. Fontené**. — Relativement au point de contact Γ du cercle des neuf points et du cercle inscrit (p. 14 de ce Volume), l'emploi du point L, défini par la condition $AK = 2r$, a été indiqué par M. Mannheim (*Bulletin de mathématiques élémentaires*, 1901-1902, p. 112 et 180). La construction la plus simple du point Γ est celle qui consiste à prendre $AD = r$ et à mener FD.

La démonstration du théorème de Feuerbach donnée par M. W.-R. Hamilton montre que la quatrième tangente commune Δ au cercle inscrit et à *l'ellipse* U *qui touche les côtés du triangle en leurs milieux* est la tangente de contact du cercle inscrit et du cercle des neuf points. Les propriétés du quadrilatère circonscrit à une conique et un quadrangle inscrit correspondant donnent alors ceci (Salmon, *Sections coniques*, p. 532). Soit un triangle ABC; soient a, b, c les milieux des côtés, et a', b', c' les points de contact du cercle inscrit: bc et $b'c'$ se coupent en α, ... Le centre d'homologie des triangles $\alpha\beta\gamma$ et $a'b'c'$ est le point de contact d' de Δ et du cercle inscrit, c'est-à-dire le point de contact du cercle inscrit avec le cercle des neuf points (c'est la propriété dont s'est occupé M. Canon); on aurait de même le point d où Δ touche la conique U. Le triangle $\alpha\beta\gamma$, circonscrit au triangle ABC, conjugué par rapport au cercle inscrit et à l'ellipse U, est homologique au triangle ABC, et l'axe d'homologie est la tangente Δ.

La démonstration de Gérono est élémentaire en ce sens qu'il ne considère pas l'ellipse des points milieux (*Nouvelles Annales*, 1865, p. 220). M. J. Griffiths a transformé la construction (*Nouvelles Annales*, 1865, p. 429; 1866, p. 228), de manière à écarter le triangle abc. Le centre d'homologie des triangles $\alpha\beta\gamma$ et ABC est à l'infini, c'est-à-dire que les droites $A\alpha$, $B\beta$, $C\gamma$ sont parallèles; leur direction est celle de l'axe d'homologie ω de ABC et $a'b'c'$. Ces parallèles à cet axe ω coupent BC, CA, AB en x, y, z, et l'axe d'homologie des deux triangles ABC et xyz est la tangente Δ; cette tangente est donc la droite que l'on appelle souvent *la polaire du point à l'infini sur* ω *par rapport au triangle* ABC (l'enveloppe des polaires analogues de tous les points à l'infini est la conique U).