

E. BAUDRAN

Représentation des objets au moyen de deux perspectives sur un même tableau

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 2 (1902), p. 552-562

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1902_4_2_552_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1902, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

[K23a]

REPRESENTATION DES OBJETS AU MOYEN
DE DEUX PERSPECTIVES SUR UN MÊME TABLEAU;

PAR M. E. BAUDRAN,
Capitaine du Génie.

1. Une perspective ne permet pas de définir géométriquement un objet; parmi les systèmes que l'on peut employer pour compléter cette définition nous choisissons le suivant qui correspond aux vues stéréoscopiques:

Un corps sera représenté par ses perspectives sur un même tableau au moyen de deux points de vue différents.

2. Les deux points de vue [O][O'] seront définis par leurs projections orthogonales sur le tableau O, O' et leurs distances d, d' au tableau ($d < d'$) (fig. 1).

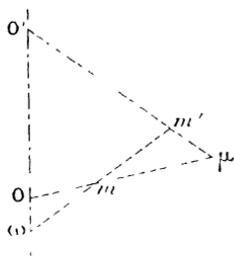
Nous appellerons *point de rappel* le point ω où la droite [O][O'] perce le tableau ($\frac{\omega O}{\omega O'} = \frac{d}{d'}$) et *ligne de rappel* une droite du tableau passant par ω .

Nous désignerons une figure de l'espace par des lettres entre crochets [a, A, \dots]; sa perspective par rapport à [O] ou *perspective première* par les mêmes lettres sans crochets: a, A, \dots ; sa perspective par rapport à [O'] ou *perspective seconde* par les mêmes lettres accentuées: a', A', \dots

3. Les deux perspectives d'un point de l'espace sont sur une même ligne de rappel et réciproquement.

Si (fig. 1) m et m' sont les perspectives d'un même

Fig. 1.



point $[m]$ de l'espace, les droites Om , $O'm'$ se coupent en un point p projection orthogonale du point $[m]$ sur le tableau.

4. Deux droites quelconques du tableau A, A' représentent généralement les perspectives d'une même droite de l'espace et réciproquement.

Deux droites parallèles sont les perspectives d'une frontale et réciproquement.

Remarque. — Lorsque, dans ce dernier cas, les deux plans $[O]A$, $[O']A'$ sont parallèles, la droite $[A]$ est rejetée à l'infini ou, ce qui revient au même, A et A' sont les lignes de fuite d'un même plan.

5. TRACE D'UNE DROITE. — La trace d'une droite sur le tableau est l'intersection de ses deux perspectives.

6. PROBLÈME I. — Trouver les points de fuite d'une droite.

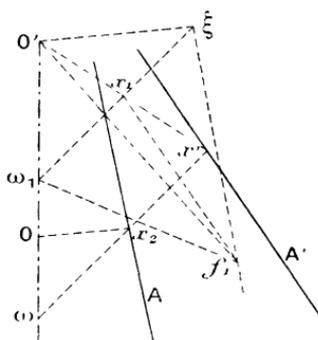
Les deux points cherchés f, f' sont tels que $Of, O'f'$ sont parallèles et doivent être sur une même ligne de

rappel. On mènera une ligne de rappel quelconque $\omega x'$ coupant A' en x' , la parallèle Ox à $O'x'$ coupe $\omega x'$ en x .

Le point f est à l'intersection de A et de la parallèle à A' menée par x ; il se rappelle en f' sur A' .

Lorsque f et f' sortent des limites de l'épure on détermine facilement la direction $O'f$, $O'f'$. Pour cela (fig. 2),

Fig. 2.



sur $O'x'$ on prend un point quelconque x , on mène $x\xi$ et $O'\xi$ parallèles à $\omega x'$ et $O'x_2$. Puis ξf_1 et $x_1 f_1$ parallèles à A et A' , $O'f_1$ est la direction cherchée. Cela résulte de l'homothétie de la figure ainsi construite et de la précédente (1).

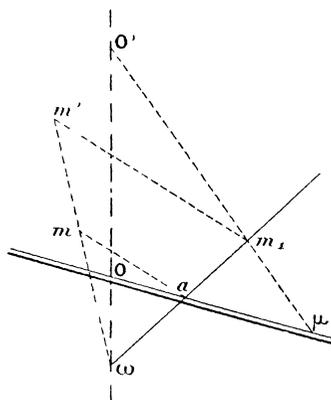
7. PROBLÈME II. -- *Mener par un point une parallèle à une droite.*

Il suffit de joindre les perspectives du point aux points de fuite de la droite. Si ces points sont en dehors des limites de l'épure, on déduira très facilement de la construction indiquée au Paragraphe précédent une construction inverse résolvant le problème.

(1) ξx_1 coupe OO_1 en ω_1 et $\omega_1 f_1$ est parallèle à ωf .

8. Proposons-nous de déterminer la profondeur d'un point m, m' . Imaginons une droite passant par $[O]$; sa perspective première est un point a (*fig. 3*) et sa

Fig. 3



perspective seconde la droite ωa . Joignons le point $[m]$ au point de même profondeur $[m_1]$ de la droite $[Oa]$. La droite $[mm_1]$ est une frontale, et ses perspectives $ma, m'm'_1$ sont parallèles. La droite $O'm'_1$, coupe Oa en μ projection orthogonale de $[m_1]$, et l'on a en grandeur et en signe

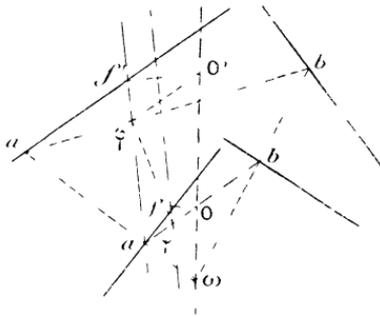
$$\frac{a\mu}{aO} = \frac{p}{d}.$$

Si donc on prend $aO = d$ on a une certaine échelle numérique $\frac{1}{N}$; on mesurera ainsi en $a\mu$ la profondeur p à l'échelle $\frac{1}{N}$. On pourra prendre pour N telle valeur que l'on voudra, par exemple celle de l'échelle de la figure géométrale qui définit l'objet ou celle d'un plan de front quelconque.

La droite Oa constitue donc une véritable échelle de

et O' (*fig. 6*) sur les lignes de fuite sont les points de fuite des droites du plan perpendiculaires aux frontales,

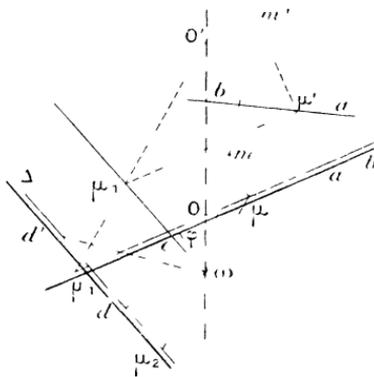
Fig. 6.



droites que, par analogie, nous appellerons *lignes de plus grande pente du plan*.

14. *Echelles de pente d'un plan* (*fig. 7*). — Pour avoir la profondeur d'un point $[m]$ d'un plan, il suffit

Fig. 7.



de prendre celle d'un point quelconque de la frontale qui passe par $[m]$, par exemple le point $[\mu]$ qui se trouve sur la droite Oab , $a'b'$ intersection du plan

donné et d'un plan debout passant par [O]. Et il suffira de prendre pour échelle de profondeur Oa avec une origine c quelconque.

Les faisceaux $O'\rho'\mu_1$ et $O\mu\mu'$ sont homographiques, il existe donc une direction de droites Δ telles que les rayons $O\mu$ interceptent sur elles des segments proportionnels à $C\mu_1$, c'est-à-dire à la profondeur du point $[\mu]$.

Pour déterminer une de ces droites Δ , il suffit de remarquer que, si φ est le point de fuite de $[ab]$, son homologue sur Δ doit être à l'infini. Donc Δ est parallèle à $\omega\varphi$, direction toujours connue. Les lignes de rappel des points situés aux profondeurs d et d' sur $[ab]$ sont respectivement parallèles à ab et $a'b'$. Pour avoir Δ il suffira donc de placer entre ces deux droites un segment parallèle à $\omega\varphi$ et égal à $\frac{d-d'}{N}$, $\frac{1}{N}$ étant l'échelle numérique. Cette échelle étant graduée, on aura la profondeur du point μ en le projetant avec ω comme centre en μ_2 sur Δ .

On voit que cette droite Δ jointe à ab définit le plan comme il l'est en Géométrie cotée, au moyen de son échelle de pente, c'est pourquoi nous avons donné ce nom à Δ jointe à $ab, a'b'$.

Remarque. — Cette échelle permet de construire, très simplement, la perspective d'une figure, connaissant les coordonnées de ces points par rapport à deux axes du plan, l'un étant une frontale, l'autre coordonnée étant en effet égale à la profondeur multipliée par une constante.

15. Les éléments que nous savons déjà déterminer sont suffisants pour effectuer les rabattements sur un plan de front; nous allons traiter cette question directement.

pour effectuer les rabattements, permettent d'effectuer toutes les constructions nécessaires pour déterminer les grandeurs des droites et les angles, mener des perpendiculaires, etc. Ces constructions, une fois les éléments précédents déterminés, constituent les constructions directes énoncées dans tous les Traités de Perspective, ou de simples problèmes sur celles-ci; nous ne les traiterons donc pas, nous contentant d'avoir montré que l'on pourrait, au moyen de vues stéréoscopiques, reconstituer très facilement les objets représentés.