

Solutions de questions proposées

Nouvelles annales de mathématiques 4^e série, tome 1
(1901), p. 575-576

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1901_4_1__575_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1901, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTIONS DE QUESTIONS PROPOSÉES.

1849.

(1900, p. 192.)

Étant donné une couronne circulaire de centre O comprise entre les cercles C et C', et un point A en dehors de cette couronne (c'est-à-dire intérieur au plus petit cercle ou extérieur au plus grand), on appelle B et B' les points des cercles C et C' situés sur la perpendiculaire à OA élevée en A si ce point est intérieur, sur les tangentes issues de A si ce point est extérieur et du même côté de OA, et l'on pose dans les deux cas

$$\widehat{\Lambda OB} = \omega, \quad \widehat{\Lambda OB'} = \omega''.$$

Si le rayon situé du même côté que B et B', sur lequel l'épaisseur de la couronne est vue de A sous le plus grand

(576)

angle θ , fait avec OA l'angle φ , on a

$$\begin{aligned} \operatorname{tang} \frac{\varphi}{2} &= \operatorname{tang} \frac{\omega}{2} \operatorname{tang} \frac{\omega'}{2}, \\ \operatorname{tang} \theta &= 2 \frac{\sin \frac{\omega' + \omega}{2} \sin \frac{\omega' - \omega}{2}}{\sin \omega \sin \omega'}. \end{aligned}$$

(M. D'OCAGNE.)

SOLUTION

Par M. NICOLAI, à Pistoia.

Si un rayon situé du même côté que B et B', sur lequel l'épaisseur de la couronne circulaire comprise entre les cercles C et C' est vue de A sous l'angle θ , fait avec OA l'angle φ , on a la relation

$$(1) \quad \operatorname{tang} \theta = \frac{\alpha(R - R') \sin \varphi}{RR' - \alpha(R + R') \cos \varphi + \alpha^2},$$

α désignant l'abscisse de A, R et R' les rayons de C et C'. Le plus grand angle θ correspond à

$$(2) \quad \cos \varphi = \frac{(R + R')\alpha}{RR' + \alpha^2}.$$

Des formules (1) et (2) on déduit aisément

$$(1') \quad \operatorname{tang} \theta = \frac{\sin \varphi (\cos \omega - \cos \omega')}{1 - \cos \varphi (\cos \omega' + \cos \omega) + \cos \omega \cos \omega'},$$

$$(2') \quad \cos \varphi = \frac{\cos \omega + \cos \omega'}{1 + \cos \omega \cos \omega'}.$$

Si l'on remplace $\cos \sigma$ par $\frac{1 - \operatorname{tang}^2 \frac{\sigma}{2}}{1 + \operatorname{tang}^2 \frac{\sigma}{2}}$, l'équation (2') devient

$$\operatorname{tang} \frac{\varphi}{2} = \operatorname{tang} \frac{\omega}{2} \operatorname{tang} \frac{\omega'}{2}.$$

On a encore

$$\operatorname{tang} \theta = \frac{\cos \omega - \cos \omega'}{(1 + \cos \omega \cos \omega') \sin \varphi} = \frac{\cos \omega - \cos \omega'}{\sin \omega \sin \omega'}.$$