NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Solutions de questions proposées

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 1 (1901), p. 575-576

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1901_4_1__575_1>

SOLUTIONS DE QUESTIONS PROPOSÉES.

1849.

(1900, p. 192.)

Étant donnés une couronne circulaire de centre O *comprise entre les cercles* C *et* C′, *et un point* A *en dehors de cette couronne (c'est-à-dire intérieur au plus petit cercle ou extérieur au plus grand), on appelle* B *et* B′ *les points des cercles* C *et* C′ *situés sur la perpendiculaire à* OA *élevée en* A *si ce point est intérieur, sur les tangentes issues de* A *si ce point est extérieur et du même côté de* OA, *et l'on pose dans les deux cas*

$$\widehat{AOB} = \omega, \qquad \widehat{AOB'} = \omega'.$$

Si le rayon situé du même côté que B *et* B′, *sur lequel l'épaisseur de la couronne est vue de* A *sous le plus grand* *angle* θ, *fait avec* OA *l'angle* φ, *on a*

$$\operatorname{tang}\frac{\varphi}{2} = \operatorname{tang}\frac{\omega}{2}\operatorname{tang}\frac{\omega'}{2},$$

$$\operatorname{tang}\theta = 2\,\frac{\sin\dfrac{\omega'+\omega}{2}\sin\dfrac{\omega'-\omega}{2}}{\sin\omega\sin\omega'}.$$

(M. D'OCAGNE.)

SOLUTION

Par M. NICOLAI, à Pistoia.

Si un rayon situé du même côté que B et B', sur lequel l'épaisseur de la couronne circulaire comprise entre les cercles C et C' est vue de A sous l'angle θ, fait avec OA l'angle φ, on a la relation

$$(1) \qquad \operatorname{tang}\theta = \frac{a(R-R')\sin\varphi}{RR' - a(R+R')\cos\varphi + a^2},$$

a désignant l'abscisse de A, R et R' les rayons de C et C'. Le plus grand angle θ correspond à

$$(2) \qquad \cos\varphi = \frac{(R+R')a}{RR'+a^2}.$$

Des formules (1) et (2) on déduit aisément

$$(1') \qquad \operatorname{tang}\theta = \frac{\sin\varphi(\cos\omega - \cos\omega')}{1 - \cos\varphi(\cos\omega' + \cos\omega) + \cos\omega\cos\omega'},$$

$$(2') \qquad \cos\varphi = \frac{\cos\omega + \cos\omega'}{1 + \cos\omega\cos\omega'}.$$

Si l'on remplace $\cos\sigma$ par $\dfrac{1-\operatorname{tang}^2\dfrac{\sigma}{2}}{1+\operatorname{tang}^2\dfrac{2}{\sigma}}$, l'équation (2') devient

$$\operatorname{tang}\frac{\varphi}{2} = \operatorname{tang}\frac{\omega}{2}\operatorname{tang}\frac{\omega'}{2}.$$

On a encore

$$\operatorname{tang}\theta = \frac{\cos\omega - \cos\omega'}{(1+\cos\omega\cos\omega')\sin\varphi} = \frac{\cos\omega - \cos\omega'}{\sin\omega\sin\omega'}.$$