Nouvelles annales de mathématiques

Concours d'admission à l'École centrale des arts et manufactures en 1901

Nouvelles annales de mathématiques 4e série, tome 1 (1901), p. 519-523

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1901_4_1__519_1>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE CENTRALE DES ARTS ET MANUFACTURES EN 1901.

PREMIÈRE SESSION.

Géométrie analytique.

On donne deux axes rectangulaires Ox, Oy et l'on demande :

1° Démontrer que les coniques du faisceau Δ représenté par l'équation

$$(m^2-1)y^2-2mxy-2py-2mpx-p^2=0,$$

où m est variable, ont un foyer commun, une asymptote commune et que la directrice correspondante au foyer commun passe par un point fixe.

2° Déterminer les points par lesquels passent deux hyperboles équilatères du faisceau et ceux par lesquels n'en passe qu'une; puis, prenant un point $\alpha\beta$ sur le lieu de ces derniers, exprimer en fonction de α et β les coordonnées des centres des deux coniques qui passent par le point $\alpha\beta$.

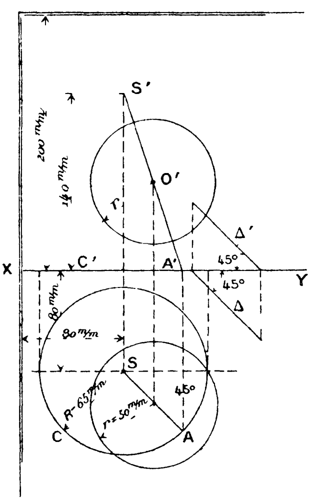
3° Trouver le lieu des foyers réels des coniques Δ et celui des pieds des directrices correspondantes sur l'axe focal. (Le lieu se compose de deux courbes distinctes.) Donner une construction géométrique de la tangente en un point quelconque.

4° Trouver le lieu des symétriques des foyers réels par rapport aux asymptotes des coniques Δ (le lieu se compose de deux courbes distinctes) et celui de leurs sommets réels. On construira géométriquement la tangente au point $x = 0$, $y = -p$ de ce dernier.

Epure.

On demande de déterminer par ses deux projections la courbe d'intersection d'une sphère avec un cône de révolution, les deux surfaces étant définies de la manière suivante :

1° Le cône de revolution a pour base le cercle (CC') du



Cone — $R = 65^{mm}$, cote du sommet $S = 140^{mm}$, eloignement de S à 80^{mm}
Projetante de S à 80^{mm} du côte gauche du cadre
Sphere — Centre OO milieu de (SAS'A'), rayon $r = 50^{mm}$.
Direction lumineuse parallele à $\Delta\Delta'$.
Cadre de $0^{m},27$ sur $0^{m},45$
Ligne de terre XY à 200^{mm} du côte superieur du cadre.

plan horizontal et pour sommet le point SS′ de cote donnée.

2° La sphère de rayon $r = 50^{\text{mm}}$, a pour centre le point OO′, milieu de la génératrice donnée (SAS′A′) du cône. (*Voir* la figure.)

Dans la mise au net de cette première partie de l'épure qui se fera à l'encre, on supposera les deux corps opaques et l'on représentera par un trait pointillé les lignes cachées soit en projection horizontale soit en projection verticale.

Cela fait, on déterminera en projection horizontale seulement les ombres propres et portées soit des deux corps entre eux, soit des deux corps sur le plan horizontal, en les supposant éclairés par des rayons lumineux parallèles à la direction donnée $\Delta\Delta'$. Les courbes d'ombres propres et celles d'ombres portées se traceront au crayon noir. Le trait sera continu pour les courbes qui sont vues en projection, pointillé pour les courbes qui sont cachées. Enfin les portions des surfaces qui sont dans l'ombre devront être recouvertes de hachures faites à l'encre bleue.

Titre extérieur : *Géométrie descriptive.*

Titre intérieur : *Cône et sphère.*

Cadre de $0^{\text{m}},27$ sur $0^{\text{m}},45$.

Ligne de terre XY parallèle aux petits côtés du cadre à 200^{mm} du côté supérieur.

DEUXIÈME SESSION.

Géométrie analytique.

On donne deux axes rectangulaires Ox et Oy. Sur l'axe des x on considère deux points A et B dont les distances à l'origine sont les racines de l'équation

$$d^2 - 2pd + q^2 = 0.$$

On projette orthogonalement les points A et B en a et b respectivement sur la droite $y = mx$.

Ceci posé :

1° Former l'équation générale des coniques Δ circonscrites au quadrilatère AabB et distinguer les points du plan où passe une ellipse, une hyperbole ou une parabole.

2° Trouver le lieu γ des centres des coniques Δ et séparer sur ce lieu les points qui sont des centres d'ellipses de ceux qui sont des centres d'hyperboles.

Démontrer géométriquement que si l'on fait varier m, le lieu du centre de γ est un cercle.

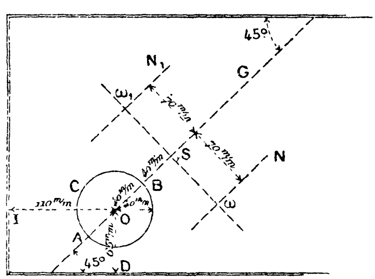
3° Indiquer, pour une valeur déterminée de m, une construction de l'hyperbole équilatère qui fait partie des coniques Δ; puis déterminer et construire l'hyperbole équilatère dont les tangentes en a et b sont rectangulaires.

4° Former l'équation des coefficients angulaires des normales menées de l'origine à l'hyperbole équilatère qui répond à $m = 1$, $q = 0$, et démontrer que deux seulement des coefficients angulaires sont réels.

Géométrie descriptive.

On demande de déterminer la projection horizontale de l'intersection d'un cylindre oblique avec un cylindre de révolution, les deux surfaces étant définies de la manière suivante :

1° Le cylindre oblique a pour base une circonférence C du



Point lumineux. — Projection horizontale S; cote de S, 150^{mm}.
$OI = 110^{mm}$; $OD = 65^{mm}$.
$OB = BS = 40^{mm}$.
Cylindre oblique. — Cercle de base C. Rayon, 40^{mm}.
Génératrice. — Projection horizontale VG à 45° sur le grand côté du cadre. La génératrice fait avec le plan horizontal un angle de 45°. Le cylindre ainsi défini est limité à un plan horizontal de cote $h = 100^{mm}$.
Cylindre de révolution. — Axe projeté en $\omega\omega_1$, perpendiculaire à VG. Rayon, 40^{mm}. Ce cylindre, tangent au plan horizontal, est limité aux deux plans normaux N et N_1.

plan horizontal (centre O, rayon $R = 40^{mm}$); les génératrices inclinées à 45° sur le plan horizontal sont parallèles au plan vertical donné VG; le cylindre est limité par un plan horizontal supérieur de cote $h = 100^{mm}$.

2° Le cylindre de révolution est tangent au plan horizontal de projection. Son rayon est de 40^{mm} et son axe est projeté horizontalement en ($\omega S \omega_1$). Cette droite passe par le point S défini sur la figure et elle est perpendiculaire à la direction VG. Ce cylindre est limité à deux sections droites N et N_1 de positions données.

Épure.

Cette première partie de l'épure s'exécutera complètement à l'encre. On admettra que les deux surfaces cylindriques sont opaques et qu'elles forment un seul solide. Les lignes cachées se représenteront par des traits pointillés.

Cela fait, on supposera les solides éclairés par un point lumineux S donné par sa projection horizontale et sa cote $h' = 150^{mm}$, et l'on déterminera en projection horizontale les courbes d'ombres propres et celles d'ombres portées soit par les surfaces entre elles, soit par les surfaces sur le plan horizontal.

Ces courbes se traceront au crayon d'un trait noir continu pour les parties vues et d'un trait noir pointillé pour les parties cachées.

Enfin on devra recouvrir de hachures tracées à l'encre bleue les parties dans l'ombre qui sont vues.

Cadre de $0^{m},27$ sur $0^{m},45$.

Titre extérieur : *Géométrie descriptive.*

Titre intérieur : *Cylindres.*