NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Faculté des sciences de Nancy. Préparation à l'agrégation. Exercices

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 19 (1900), p. 526-528

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1900_3_19__526_1>

FACULTÉ DES SCIENCES DE NANCY.

PRÉPARATION A L'AGRÉGATION. — EXERCICES.

Mécanique.

Quatre tiges homogènes pesantes AB, BC, CD, DA, de même longueur l et de même masse m, sont articulées à leurs extrémités de façon à former un losange ABCD. Ce système est animé d'un mouvement de translation quelconque, mais *connu*, dans un plan vertical, la diagonale AC restant verticale dans ce mouvement, et l'angle A du losange étant 2α. Le losange vient choquer par son sommet A un plan horizontal fixe, parfaitement poli et dépourvu d'élasticité. Trouver son mouvement.

Un disque de forme quelconque est animé d'un mouvement *connu* dans son plan. A un certain instant, on saisit brusquement un de ses points o et on lui communique dans le plan une vitesse donnée de grandeur et de direction. Trouver l'état des vitesses immédiatement après cet instant. Cas où le point O est rendu fixe. Application du théorème de Carnot.

Une barre, animée d'un mouvement *connu* dans son plan, vient heurter un obstacle P, à un moment où le centre instantané de rotation se trouve sur elle. Trouver l'état des vitesses et la position de ce centre immédiatement après le choc, ainsi que la grandeur de la percussion subie par l'obstacle. Discuter les résultats suivant la position du point P sur la barre. On supposera successivement que l'obstacle est un point fixe ou un point matériel libre, que la barre est dépourvue d'élasticité ou parfaitement élastique.

Une sphère solide, homogène, pesante, de rayon R, de masse M, est animée d'un mouvement *connu* autour d'un point fixe O pris sur sa surface. A un certain instant, on fixe brusquement un second point O' de la surface de la sphère. Trouver le mouvement.

Mathématiques spéciales.

On considère un faisceau de coniques homofocales; soit O leur centre commun. A un point M du plan correspond une droite D joignant les projections du point O sur les tangentes aux deux coniques passant par M.

1° Déterminer la droite D, connaissant les coordonnées du point M.

2° Inversement, à une droite D correspondent deux points M et M'; les déterminer et indiquer dans quelles conditions ils sont réels.

3° A tout point M correspond de la manière précédente un point M'; définir analytiquement et étudier la transformation qui fait correspondre M et M' l'un à l'autre.

4° Démontrer que le segment MM' est divisé en deux parties égales par le point de contact de la conique du faisceau qui est tangente à MM'. Lorsque la droite MM' se déplace en restant tangente à cette conique, quel est le lieu des points M et M'?

5° Lorsque M décrit une droite, quelle est l'enveloppe de MM'?

6° Lorsque la droite MM' passe par un point fixe, quel est le lieu de M et M'? C'est une courbe anallagmatique dont on demande d'étudier les modes de génération comme enveloppe de cercles.

On considère une conique fixe S inscrite dans un triangle $A'B'C'$; soient A, B, C ses points de contact avec les côtés $B'C'$, $C'A'$, $A'B'$. Une conique variable S' est conjuguée par rapport au triangle ABC.

1° On suppose que l'une des sécantes communes à S et S' passe par un point donné P; déterminer l'enveloppe de la seconde sécante commune appartenant au même couple que la précédente, et le lieu du point de rencontre de ces sécantes.

2° Parmi les coniques S' satisfaisant à la condition précédente, combien y en a-t-il qui soient tangentes à S sans être réductibles?

Peut-il arriver, pour des positions convenablement choisies du point P, que S' soit bitangente à S?

3° On considère les coniques S′ conjuguées par rapport au triangle ABC et passant par un point M du plan; déterminer l'enveloppe des sécantes communes à S et S′; on obtient une courbe de troisième classe Γ tangente aux trois côtés du triangle A′B′C′ en des points a, b, c. Soient a', b', c' les points de contact, autres que a, b, c, des tangentes à Γ issues de A′, B′, C′. Montrer que A′a, B′b, C′c se coupent en un point Q et A′a', B′b', C′c' en un point Q′.

4° En supposant que le point M décrive la conique S, trouver le lieu du point Q′ et celui du point Q.