

MICHAEL BAUER

Note sur les groupes finis

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 19
(1900), p. 508-509

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1900_3_19__508_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1900, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

[A 4 a]

NOTE SUR LES GROUPES FINIS;

PAR M. MICHAEL BAUER, à Budapest.

1. Soit \mathfrak{h} un groupe d'ordre p^α et soient

$$(1) \quad \mathfrak{h}_1, \mathfrak{h}_2, \dots, \mathfrak{h}_r$$

ses sous-groupes $p^{\alpha-1}$. Il est connu que

$$r \equiv 1 \pmod{p}.$$

Je démontrerai que, plus précisément,

$$r = \frac{p^{\alpha-\gamma} - 1}{p - 1} \quad (0 \leq \gamma \leq \alpha - 1).$$

Désignons le plus grand commun diviseur des groupes (1) par \mathfrak{d} , comme dans une Note antérieure (1). Alors r est le nombre des sous-groupes

$$(2) \quad \frac{\mathfrak{h}_1}{\mathfrak{d}}, \frac{\mathfrak{h}_2}{\mathfrak{d}}, \dots, \frac{\mathfrak{h}_r}{\mathfrak{d}}$$

qui sont les sous-groupes de l'index p du groupe $\frac{\mathfrak{h}}{\mathfrak{d}}$. Or $\frac{\mathfrak{h}}{\mathfrak{d}}$ est un groupe des opérations échangeables dont toutes les opérations différentes de l'unité sont d'ordre p . Puisque l'ordre du groupe $\frac{\mathfrak{h}}{\mathfrak{d}}$ est $p^{\alpha-\gamma}$, nous trouvons,

(1) Note sur les groupes d'ordre p^α .

d'après M. Zsigmondy (1), la relation

$$(3) \quad r = \frac{p^{\alpha-\gamma}-1}{p-1}.$$

Cette relation suit de la formule (2), p. 207, du Mémoire cité, si nous y substituons

$$(4) \quad \left\{ \begin{array}{l} \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_s = 1, \\ s = \alpha - \gamma, \quad t = 1, \\ \gamma_1 = 1, \quad m_1 = s - 1, \quad h_1 = s, \end{array} \right.$$

2. Soit \mathfrak{h} un groupe d'ordre

$$n = p^\alpha m, \quad (m, p) = 1.$$

Si le groupe \mathfrak{h} a des sous-groupes invariants d'ordre $\frac{n}{p}$, alors leur nombre est $\frac{p^{\alpha-\gamma}-1}{p-1}$.

Pour le démontrer, il suffit de remarquer que l'ordre du plus grand commun diviseur des sous-groupes invariants d'ordre $\frac{n}{p}$ est divisible par m .