Nouvelles annales de mathématiques

Michael Bauer

Note sur les groupes finis

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 19 (1900), p. 508-509

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1900_3_19__508_1>

[A4a]

NOTE SUR LES GROUPES FINIS;

PAR M. MICHAEL BAUER, à Budapest.

1. Soit $\mathfrak{h}$ un groupe d'ordre p^α et soient

$$\mathfrak{h}_1, \quad \mathfrak{h}_2, \quad \ldots, \quad \mathfrak{h}_r \tag{1}$$

ses sous-groupes $p^{\alpha-1}$. Il est connu que

$$r \equiv 1 \pmod{p}.$$

Je démontrerai que, plus précisément,

$$r = \frac{p^{\alpha-\gamma}-1}{p-1} \qquad (0 \leqq \gamma \leqq \alpha - 1).$$

Désignons le plus grand commun diviseur des groupes (1) par $\mathfrak{d}$, comme dans une Note antérieure [1]. Alors r est le nombre des sous-groupes

$$\frac{\mathfrak{h}_1}{\mathfrak{d}}, \quad \frac{\mathfrak{h}_2}{\mathfrak{d}}, \quad \ldots, \quad \frac{\mathfrak{h}_r}{\mathfrak{d}} \tag{2}$$

qui sont les sous-groupes de l'index p du groupe $\frac{\mathfrak{h}}{\mathfrak{d}}$. Or $\frac{\mathfrak{h}}{\mathfrak{d}}$ est un groupe des opérations échangeables dont toutes les opérations différentes de l'unité sont d'ordre p. Puisque l'ordre du groupe $\frac{\mathfrak{h}}{\mathfrak{d}}$ est $p^{\alpha-\gamma}$, nous trouvons,

---

[1] *Note sur les groupes d'ordre p^α.*

d'après M. Zsigmondy ([1]), la relation

$$r = \frac{p^{\alpha-\gamma}-1}{p-1}. \tag{3}$$

Cette relation suit de la formule (2), p. 207, du Mémoire cité, si nous y substituons

$$\left\{\begin{array}{c} \alpha_1 = \alpha_2 = \ldots = \alpha_s = 1, \\ s = \alpha - \gamma, \qquad t = 1, \\ \gamma_1 = 1, \qquad m_1 = s - 1, \qquad h_1 = s, \end{array}\right. \tag{4}$$

2. Soit $\mathfrak{h}$ un groupe d'ordre

$$n = p^\alpha m, \qquad (m, p) = 1.$$

Si le groupe $\mathfrak{h}$ a des sous-groupes invariants d'ordre $\frac{n}{p}$, alors leur nombre est $\frac{p^{\alpha-\gamma}-1}{p-1}$.

Pour le démontrer, il suffit de remarquer que l'ordre du plus grand commun diviseur des sous-groupes invariants d'ordre $\frac{n}{p}$ est divisible par m.