Nouvelles annales de mathématiques

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 19 (1900), p. 48

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1900_3_19__48_0>

QUESTIONS.

1833. Soit

$$\begin{aligned} &ax^2 + 2bxy + cy^2 \\ &\quad = (a' + ia'')x^2 + 2(b' + ib'')xy + (c' + ic'')y^2 \end{aligned}$$

une forme binaire quadratique à coefficients imaginaires telle que la partie réelle

$$a'x^2 + 2b'xy + c'y^2$$

soit une forme positive. Démontrer que le déterminant de la forme proposée

$$D = ac - b^2$$

n'est jamais négatif [1]. Soit

$$\sqrt{D} = \alpha + i\beta$$

la valeur principale (celle des deux valeurs de la racine dont la partie réelle α est > 0) de la racine carrée de ce déterminant.

Posons

$$a = a_0\sqrt{D}, \qquad b = b_0\sqrt{D}, \qquad c = c_0\sqrt{D};$$

a_0, b_0, c_0 sont des quantités imaginaires dont nous désignerons les parties réelles respectivement par a'_0, b'_0, c'_0.

Faire voir que la forme

$$a'_0 x^2 + 2b'_0 xy + c'_0 y^2$$

est aussi une forme positive. (J. Franel.)