Nouvelles annales de mathématiques

Certificats d'études supérieures des facultés des sciences. Session de novembre 1899. Compositions

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 19 (1900), p. 371-375

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1900_3_19__371_0>

CERTIFICATS D'ÉTUDES SUPÉRIEURES DES FACULTÉS DES SCIENCES.

SESSION DE NOVEMBRE 1899. — COMPOSITIONS.

Rennes.

Analyse.

Épreuve théorique. — *Étant donné un cône de révolution autour de oz, de sommet o et dont la génératrice fait avec l'axe oz un angle θ, on propose :*

1° *De trouver l'équation générale des courbes tracées sur le cône et dont la génératrice soit à une distance constante a du sommet o.*

2° *De déterminer pour quelle valeur de m la courbe qui a pour équation en coordonnées polaires dans l'espace $\rho = \frac{a}{\cos m\omega}$ est une ligne géodésique de ce cône.*

Épreuve pratique. — *Calculer à un centimètre cube près la portion de volume du cylindre*

$$x^2 + y^2 - Rx = 0$$

renfermé dans la sphère

$$x^2 + y^2 + z^2 - R^2 = 0 \qquad (R = 1^m).$$

Mécanique.

Épreuve théorique. — *Deux barres homogènes identiques, articulées entre elles par une de leurs extré-*

mités, reposent sur un plan fixe parfaitement poli qu'elles ne doivent pas quitter. Elles sont formées d'une matière dont les éléments s'attirent proportionnellement à leurs masses et à leurs distances.

Étudier le mouvement le plus général de ce système.

ÉPREUVE PRATIQUE. — 1° *Une lentille homogène biconvexe est limitée par deux zones sphériques égales. Connaissant le rayon a de la circonférence qui forme sa tranche et son épaisseur 2 e, calculer ses deux rayons de gyration principaux relatifs au centre de gravite. Discuter leur rapport et construire la courbe qui représente sa variation quand on prend $\frac{e^2}{a^2}$ pour abscisse; y distinguer les parties qui correspondent à un ellipsoïde d'inertie allongé ou aplati.*

2° *Par quel point faudrait-il fixer la lentille pour que, frappée par une force quelconque, elle entre en rotation autour de la perpendiculaire au plan déterminé par cette force et le point fixe?*

Toulouse.

CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Énoncé et démonstration du théorème de Cauchy relatif au développement d'une fonction analytique en série de Taylor.*

II. *On considère l'équation différentielle*

$$\frac{du}{dt}\left(\frac{d^2 u}{d^2 t} + k\right) = at + b,$$

où a, b, k sont des constantes.

1° *Déterminer son intégrale générale dans les différents cas qui se présentent suivant les valeurs attribuées aux constantes a, b, k.*

2° *Soient* $f(t)$, $\varphi(t)$, $\psi(t)$ *trois fonctions vérifiant cette équation; démontrer que toutes les surfaces définies en coordonnées cartésiennes rectangulaires par l'équation*

$$f(x) + \varphi(y) + \psi(z) = \rho,$$

où ρ *est un paramètre variant d'une surface de la famille à l'autre, admettent des trajectoires orthogonales qui sont des courbes planes.*

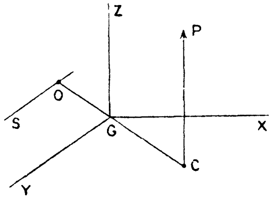
Mécanique rationnelle.

Épreuve écrite. — I. *Un corps solide entièrement libre et partant du repos est mis en mouvement par une force de percussion* P *parallèle à l'un des axes principaux* GX, GY, GZ *de l'ellipsoïde central de ce corps.*

Démontrer que sous l'action de cette force, le corps commencera à tourner autour d'un axe OS.

Déterminer la position de cet axe et la vitesse angulaire de rotation au premier instant. Supposons que la force de percussion parallèle à GZ *rencontre en un point* C *le plan principal* GXY *de l'ellipsoïde central,* G *désignant le centre de gravité du corps; montrer que l'axe de rotation cherché rencontre en un point* O

Fig. 1.



la droite GC. *Montrer que les points* C *et* O *sont réciproques, c'est-à-dire que si la force de percussion était* *appliquée en* O, *l'axe de rotation correspondant passerait par* C. *Si le point* C *d'application de la force de percussion se déplaçait sur une droite située dans le plan* GXY, *le point réciproque* O *décrirait un certain lieu géométrique que l'on demande de trouver.*

II. *Une figure plane se déplace d'une manière continue dans son plan; on demande de trouver à chaque instant le lieu des points de la figure mobile tels que le rapport entre la vitesse et l'une quelconque des trois accélérations totale, tangentielle et centripète est constant.*

Épreuve pratique. — *Calculer l'attraction newtonienne exercée sur son sommet par le solide homogène engendré par un secteur circulaire tournant autour d'un des rayons extrêmes. On donne le rayon du secteur, l'angle au centre, la densité.*

Mécanique appliquée.

Épreuve écrite. — I. Δ *et* Δ' *étant deux axes en prolongement, on propose d'étudier les moyens de transformer une rotation uniforme* ω *autour de* Δ *en une rotation uniforme* ω' *autour de* Δ'.

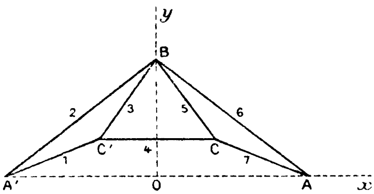
1° *Effectuer cette transformation au moyen de systèmes d'engrenages cylindriques. Cas de* $\frac{\omega'}{\omega} < 0$ *et plus particulièrement cas de* $\frac{\omega'}{\omega} = -1$. *Indiquer dans chacun de ces cas une solution aussi simple que possible.*

2° *On propose de faire la même transformation de mouvement au moyen d'un axe de glissement* Δ'' *perpendiculaire à* Δ, *commandé par un plateau à rainure porté par* Δ *et qui met en mouvement l'axe* Δ' *par une bielle et une manivelle. Équation de la rainure. A* *quelles conditions doit satisfaire le rapport* $\frac{\omega'}{\omega}$ *pour que ce mode de transformation puisse être réalisé pratiquement?*

II. *Déformation du quadrilatère articulé.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Un toit est supporté par des fermes espacées de* 5^{m}, *l'une des faces supporte une*

Fig. 2.



charge verticale de 100^{kg} *par mètre carré et l'autre une charge de* 50^{kg} *par mètre carré. Chacune des fermes a la forme ci-dessus et ses dimensions sont données comme il suit :*

Coordonnées de A	par rapport à Ox et Oy...		$x = 4^{m}$	$x = 0^{m}$
»	B	»	... $x = 0$	$y = 3$
»	C	»	... $x = 1,50$	$y = 1$

Chaque ferme est simplement posée sur deux appuis.

Déterminer, pour une quelconque des fermes intermédiaires, les réactions des appuis et les tensions des barres en indiquant celles qui sont tendues et celles qui sont comprimées.