NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

ALLAN JERROLD

# Concours de l'École des ponts et chaussées (1899). Géométrie analytique

*Nouvelles annales de mathématiques 3e série*, tome 19 (1900), p. 224-225

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1900_3_19__224_1>

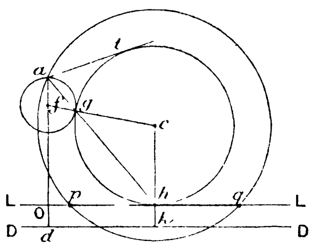
[K11e]

# CONCOURS DE L'ÉCOLE DES PONTS ET CHAUSSÉES (1899). GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE;

SOLUTION GÉOMÉTRIQUE PAR M. ALLAN JERROLD.

*Lieu des centres des cercles qui passent par un point donné $a$ et détachent sur une droite donnée L un segment $pq$ de longueur constante.*

Soient $apq$ un cercle répondant à la question et $c$ son centre. Décrivons un second cercle concentrique au premier et tangent en $h$ à la droite L. Joignons le point $a$




au point $h$ et le centre $c$ au point $g$, seconde intersection de $ah$ avec le petit cercle.

La droite $cg$ ainsi obtenue rencontre la perpendiculaire $ao$, abaissée de $a$ sur L, en un point $f$ qui est fixe. quelle que soit la position du centre $c$.

En effet, si l'on mène de $a$ la tangente $at$ au petit cercle, cette tangente, égale à $ph$, a une longueur constante, et, par suite, le produit

$$ag.ah = at^2$$

est aussi constant.

Le lieu du point $g$ est donc un cercle, transformé par inversion de la droite L; et comme, par raison de symétrie, le centre de ce cercle, qui passe par $a$, se trouve sur $ao$, il doit coïncider avec le point $f$, à cause des triangles $afg$, $gch$, qui sont semblables et isoscèles.

La distance du centre $c$ au point fixe $f$ se compose donc du rayon $cg$, augmenté de la longueur constante $gf$. Si donc on prolonge $ch$ d'une longueur $hk$ égale à $gf$ les points tels que $k$ appartiennent à une droite D parallèle à L, et l'on voit que le lieu du point $c$ est une parabole ayant $f$ comme foyer et D comme directrice.

*Remarque.* — On voit immédiatement, sur la figure, que le paramètre de la parabole, égal à $df$ et, par suite, à $oa$, est indépendant de la grandeur du segment $pq$.