# Questions

*Nouvelles annales de mathématiques 3e série*, tome 19 (1900), p. 188-192

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1900_3_19__188_2>

## QUESTIONS.

573. (**1861**, 112). — Soit la fraction continue

$$\sqrt{n} = a + \cfrac{1}{b + \cfrac{0}{2c + \cfrac{1}{b + \sqrt{n}.}}}$$

Faisons

$$a + \frac{1}{b} = \mathrm{M},$$

$$a + \cfrac{1}{b + \cfrac{1}{c}} = \mathrm{N}.$$

On a

$$\mathrm{M}.\mathrm{N} = n.$$

583. (**1861**, 140). — Étant données, dans un plan, deux courbes géométriques, l'une de *degré* $m$ et l'autre de la *classe* $n$; si une tangente roule sur celle-ci et que par les points où elle rencontre la courbe $C_m$ on mène à cette courbe des tangentes et des normales :

1° Les tangentes se coupent deux à deux sur une courbe de degré $\frac{1}{2}mn(m-1)(2m-3)$;

2° Les normales se coupent deux à deux sur une courbe de degré $\frac{1}{2}mn(m-1)(2m-1)$. (E. de Jonquières.)

585. (**1861**, 140). — Trois coniques étant données dans un même plan, il y a vingt points d'où elles sont vues sous le même angle ou sous des angles supplémentaires.

(Faure.)

589. (**1861**, 141). — Un polygone d'un nombre pair de côtés étant inscrit dans une conique, si l'on mène par son centre des parallèles à chaque côté du polygone, de manière à former un parallélogramme en chacun de ses sommets, la somme des inverses des parallélogrammes de rang pair est égale à la somme des inverses des parallélogrammes de rang impair.

(Faure.)

592 (**1861**, 216). — Soit un cylindre circonscrit à une surface de *révolution;* de chaque point de la ligne de contact on abaisse des perpendiculaires sur l'axe; on obtient une surface gauche; circonscrivons à cette surface un second cylindre; coupant les deux cylindres par un plan, la section du second cylindre est la développée de la section du premier cylindre.

(Maxime Dunesme.)

593 (**1861**, 216). — Un cylindre étant circonscrit à une surface de révolution engendrée par une sinusoïde, la courbe de con-

tact est une hélice dont la projection sur un méridien est aussi une sinusoïde semblable à la courbe méridienne; le rapport de similitude est $\frac{1}{2}$; la section du cylindre par un plan est une cycloïde; opérant comme dans la question précédente, la courbe de contact sur la surface gauche est encore une hélice égale à la première hélice. (MAXIME DUNESME.)

596 (**1861**, 399). — Cette question fait double emploi avec 589.

597 (**1861**, 399). — Si l'on prend les polaires des points milieux des côtés d'un triangle, relativement à une conique *quelconque* inscrite dans le triangle, ces polaires déterminent un triangle qui a une surface constante. (FAURE.)

---

**1839.** Soient AA', BB' les axes d'une ellipse telle que l'angle BAB' soit égal à $\frac{k\pi}{n}$, $k$ et $n$ étant premiers entre eux; $P_0$ un point de AA' ou de ses prolongements; $P_0M_0P_1M_1\ldots$ une ligne brisée rectangulaire dont les éléments font avec AA' les angles $\pm\frac{\pi}{n}$, dont les sommets $P_0$, $P_1$, ..., sont sur AA', les sommets $M_0$, $M_1$, ..., sont sur l'ellipse et tellement placés que deux sommets successifs $M_i$, $M_{i+1}$ ne soient pas symétriques par rapport à AA'; $P_0$ coïncide avec $P_n$ si $k$ est pair; avec $P_{2n}$ si $k$ est impair. (LÉMERAY.)

**1840.** On décrit un cercle ayant pour diamètre un rayon de courbure d'une conique donnée et l'on mène les tangentes communes à ces deux courbes. Quelle est l'enveloppe de la corde de contact de ces tangentes et du cercle, lorsque l'on prend successivement tous les rayons de courbure de la conique?

(MANNHEIM.)

**1841.** Dans un quadrilatère complet, les quatre orthocentres et les points où la ligne de ces orthocentres est coupée par les quatre côtés, sont huit points en involution.

(C. BLANC.)

**1842.** Sur la diagonale extérieure d'un quadrilatère inscrit, les intersections de cette diagonale avec les diagonales intérieures, les intersections des côtés opposés, les points où passent les perpendiculaires menées aux diagonales intérieures par l'orthocentre du triangle ayant pour sommets les extrémités de la diagonale extérieure et le croisement des diagonales intérieures, sont six points en involution.

(C. Blanc.)

1843. Appelons *second centre de courbure* d'une courbe en un point M, le centre de courbure de la développée au point où elle est touchée par la normale en M. Le lieu des seconds centres de courbure des courbes triangulaires

$$AX^m + BY^m + CZ^m = 0,$$

tangentes en M à une droite donnée MT, lorsque $m$ varie, est une parabole passant par M et admettant MT pour diamètre.

(A. Pellet.)

1844. Les axes des coniques inscrites dans un quadrilatère circonscriptible à un cercle sont tangents à une parabole qui touche les trois diagonales du quadrilatère.

(A. Pellet.)

1845. Les plans principaux des quadriques inscrites dans la développable définie par une sphère et une quadrique quelconque sont tangents à une développable circonscrite à des paraboloïdes qui touchent les quatre faces du tétraèdre conjugué par rapport à la sphère et à la quadrique.

(A. Pellet.)

1846. Si O et $O_1$ sont les foyers d'une conique inscrite à un triangle ABC, on sait que les projections de ces points sur les côtés de ABC appartiennent au cercle homographique.

I. Si le point O décrit une droite $\Delta$, le point $O_1$ décrit une conique circonscrite à ABC.

II. Construire la conique A, B, C, D, E, et déterminer *graphiquement* sa nature.

III. Le lieu des points O et $O_1$ pour lesquels la droite $OO_1$ passe par un point fixe P, auquel en correspond un autre $P_1$, est une cubique $r$ dont on obtient aisément douze points et sept tangentes. Trouver les asymptotes.

IV. A la cubique $r$ en correspond une autre $r_1$, relative à $P_1$, et ayant avec $r$ neufs points communs. (P. Sondat.)

1847. Un fil homogène de longueur $l$, dont le poids par unité de longueur est $\varpi$, est attaché par une de ses extrémités à un point fixe, tandis que l'extrémité libre porte un poids $p$.

Ce fil est soumis à l'action du vent soufflant horizontalement avec une intensité et dans une direction constantes. On admet que la pression du vent sur chaque élément infiniment petit du fil est proportionnelle au carré de la composante normale de la vitesse et l'on demande de déterminer la forme d'équilibre du fil.

Examiner ce que devient cette forme d'équilibre dans le cas où $p = 0$. (M. D'OCAGNE.)

**1848.** Si une cubique unicursale tritangente à une conique découpe sur chacune des tangentes aux trois points de contact un segment qui soit vu de l'un des foyers de la conique sous un angle droit, l'un des segments déterminés par cette cubique sur une tangente quelconque à la conique est vu du même foyer sous un angle droit. (M. D'OCAGNE.)

**1849.** Étant donnés une couronne circulaire de centre O comprise entre les cercles C et C', et un point A *en dehors* de cette couronne (c'est-à-dire intérieur au plus petit cercle ou extérieur au plus grand), on appelle B et B' les points des cercles C et C' situés sur la perpendiculaire à OA élevée en A si ce point est intérieur, sur les tangentes issues de A si ce point est extérieur et du même côté de OA, et l'on pose dans les deux cas :

$$\widehat{AOB} = \omega, \qquad \widehat{AOB'} = \omega'.$$

Si le rayon situé du même côté que B et B', sur lequel l'épaisseur de la couronne est vue de A sous le plus grand angle $\theta$, fait avec OA l'angle $\varphi$, on a

$$\operatorname{tang}\frac{\varphi}{2} = \operatorname{tang}\frac{\omega}{2}\operatorname{tang}\frac{\omega'}{2},$$

$$\operatorname{tang}\theta = 2\,\frac{\sin\dfrac{\omega'+\omega}{2}\sin\dfrac{\omega'-\omega}{2}}{\sin\omega\sin\omega'}.$$

(M. D'OCAGNE.)