NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 18 (1899), p. 472-473

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1899_3_18__472_1>

CORRESPONDANCE.

M. **Retali**. — Le numéro de décembre 1898 des *Nouvelles Annales* (p. 579) renferme une solution fort élégante donnée par M. Servais à sa question 1716 et qui me suggère quelques observations sur la quartique circulaire dont il est question en la première Partie : le point N' est bien un point double comme M. Servais trouve, mais N n'est pas un point de rebroussement; il est au contraire un point tacnodal où deux branches de la courbe (dont la forme rappelle celle de la courbe de Jérabek) ont entre elles un contact ordinaire; le tacnode comptant pour deux nœuds et la tangente tacnodale pour deux tangentes doubles, la quartique est de la sixième classe et possède deux seules tangentes doubles dont une est, comme M. Servais a trouvé, la droite à l'infini; voici la construction de l'autre bitangente : si R, S sont les extrémités du diamètre du cercle ω, perpendiculaire à NN', et si nous prenons leurs correspondants R' et S' (en la transformation quadratique de deuxième espèce), la droite R'S' est la bitangente cherchée, R' et S' sont ses points de contact. On pourrait ajouter d'autres propriétés de cette quartique qui, comme vous voyez, est liée intimement à la courbe de Jérabek et à la courbe d'ombre de la vis à filet triangulaire.

M. **Hilaire**. — *Sur la question* 549. — Cette question, proposée par M. Faure en 1860 et rappelée en mai 1899, doit être regardée comme résolue. Il suffirait peut-être de rappeler que M. Faure l'a proposée une seconde fois en la dédoublant (1861, p. 56, nos 563 et 564) et que, sous cette forme, M. Cremona en a donné une solution géométrique remarquable (1864, p. 21). Mais comme dans les nouveaux énoncés on a laissé de côté la dernière partie de la question primitive, je crois devoir reprendre celle-ci, pour en indiquer, très brièvement d'ailleurs, une solution complète et purement analytique.

Je diviserai la question en trois parties :

1° Le lieu des foyers des coniques inscrites dans un quadrilatère est une courbe du troisième ordre qui passe, comme on sait, par les six sommets du quadrilatère complet.

En effet, l'équation du lieu a été donnée par M. Salmon dans son *Traité des Sections coniques* (p. 446 de l'édition française), Ouvrage qui avait déjà eu trois éditions anglaises en 1860. On voit immédiatement sur l'équation que la courbe passe par les six points annoncés.

2° La courbe passe aussi par les pieds des hauteurs du triangle déterminé par les trois diagonales du quadrilatère et par les deux points situés à l'infini sur un cercle.

Cette deuxième partie n'est pas évidente, comme la première, sur l'équation de M. Salmon, mais elles le devient sur une autre équation, l'équation en coordonnées trilinéaires où l'on prend pour triangle de référence le triagle des trois diagonales (*voir* par exemple les *Exercices de Kœhler*, t. I, p. 318).

3° La courbe, passant par les deux points situés à l'infini sur un cercle, doit occuper parmi les courbes du troisième ordre le même rang que le cercle dans les coniques; ainsi elle a comme le cercle un double foyer.

La marche à suivre pour démontrer l'existence de ce foyer double se trouve dans le *Traité des Courbes planes* de M. Salmon (p. 173 et suiv. de l'édition française).