Certificats d'études supérieures des facultés des sciences. Session de novembre 1898. Compositions

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 18 (1899), p. 141-145

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1899_3_18__141_1>

CERTIFICATS D'ÉTUDES SUPÉRIEURES DES FACULTÉS DES SCIENCES.

SESSION DE NOVEMBRE 1898. — COMPOSITIONS.

Lille.

CALCUL DIFFÉRENTIEL ET INTÉGRAL.

I. *Les fonctions* $\varphi(x, y)$, $\psi(x, y)$ *sont supposées continues, ainsi que leurs dérivées partielles du pre-*

mier ordre, pour tous les systèmes de valeurs de x, y, correspondant aux points situés dans une aire (A); *on désigne par* (C) *une courbe fermée contenue tout entière dans* (A).

1° *Donner la condition que doivent remplir* $\varphi(x, y)$, $\psi(x, y)$ *pour que l'intégrale curviligne*

$$\int_{(C)} [\varphi(x,y)\,dx + \psi(x,y)\,dy]$$

ait une valeur indépendante de (C);

2° *En déduire les conditions que doivent remplir* φ *et* ψ *pour que l'intégrale*

$$\int_{(C)} (\varphi + i\psi)(dx + i\,dy)$$

soit elle-même indépendante de (C);

3° *Faire voir quelle est dans ce cas la propriété de la transformation géométrique définie par les deux équations*

$$\chi = \varphi(x,y), \qquad \gamma = \psi(x,y);$$

4° *Dire quelles relations il y a alors entre les deux familles de courbes définies par les deux équations*

$$\varphi(x,y) = \text{const.}, \qquad \psi(x,y) = \text{const.}$$

II. 1° *Développer en série de Fourier la fonction* $f(x)$ *égale à* x *dans l'intervalle* $(-\pi, 0)$, *et à* $(x + \pi)$ *dans l'intervalle* $(0, \pi)$;

2° *Expliquer* a priori *cette circonstance que le développement ne renferme pas de cosinus;*

3° *La fonction* $f(x)$ *étant toujours égale à* $x + \pi$ *dans l'intervalle* $(0, \pi)$, *quelle fonction de* x *doit-elle être dans l'intervalle* $(-\pi, 0)$ *pour que le développement ne renferme que des cosinus.*

Géométrie.

I. *Étudier la surface lieu des tangentes à une courbe gauche. Qu'entend-on par* développement *d'une telle surface? Quels sont les éléments qui se conservent dans cette déformation?*

II. *On considère une courbe gauche* (c) *dont la courbure est constante et égale à* $\frac{1}{a}$, *et la courbe* (c'), *lieu des centres de courbure de* (c).

On demande :

1° *La valeur de la courbure de* (c') *et le lieu de son centre de courbure;*

2° *Quelles relations il y a entre les torsions de* (c) *et* (c') *aux points correspondants;*

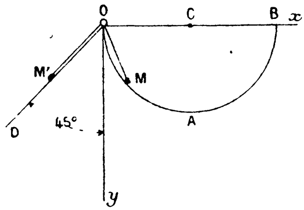
3° *Le lieu des centres des sphères osculatrices, pour chacune des deux courbes* (c) *et* (c').

Mécanique rationnelle.

Épreuve écrite. — I. *Établir les équations d'équilibre d'un fil parfaitement flexible et inextensible.*

II. *Cas où il y a une fonction de forces. Cas d'un fil tendu sans frottement sur une surface fixe et soumis seulement à la réaction de cette surface.*

Épreuve pratique. — *On considère dans un plan vertical* xOy *un demi-cercle fixe* OAB, *limité au diamètre horizontal* Ox *et une droite* OD, *faisant avec la verticale* Oy *un angle de* 45°. *Deux points matériels pesants* M *et* M′, *de masses égales, sont assujettis à se mouvoir, le premier sur la demi-circonférence* OAB, *le second sur la droite* OD. *Ils sont réunis par un fil* *flexible et inextensible dont la masse est négligeable et qui passe en O sur une poulie très petite d'axe normal au plan xOy et de masse négligeable.*



1° *Trouver la position d'équilibre du système;*

2° *Étudier le mouvement du système, en supposant qu'à l'instant initial on l'abandonne à lui-même sans vitesse, après avoir placé* M *en* O *et pris la précaution de tendre le fil;*

3° *Étudier en particulier le cas des petites oscillations.*

MÉCANIQUE APPLIQUÉE.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Travail de la vapeur dans les machines Woolf et Compound. Avantages et inconvénients de ces machines.*

II. *Flambage des pièces à section constante, chargées debout. On déterminera les relations d'Euler fournissant une limite que ne doit pas excéder la charge, pour qu'il n'y ait pas flexion, dans les trois cas suivants :*

1° *La pièce est articulée et guidée à ses extrémités;*

2° *La pièce est encastrée à ses extrémités;*

3° *La pièce est encastrée à sa base, et complètement libre à l'extrémité à laquelle la charge est appliquée.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Calculer les éléments d'une* *turbine centrifuge à axe vertical du type Fourneyron, établie sous une chute de* $1^{m},40$; *on peut disposer d'un débit de* 1200^{lit} *par seconde.*

Produire un croquis coté (à l'échelle) de la turbine projetée, et une épure indiquant le tracé des aubes et des directrices.

ASTRONOMIE.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Exposer le calcul de l'éphéméride d'une planète, c'est-à-dire de l'ascension droite et de la déclinaison pour une date et en un lieu déterminés, lorsqu'on connaît les éléments de l'orbite de la planète.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Calculer la durée du jour (non compris le crépuscule) à Lille le* 25 *novembre* 1898. *La déclinaison du Soleil à midi vrai est*

$$-20^{\circ}49'18'',03.$$

On admettra qu'elle varie proportionnellement au temps, la variation horaire étant $-29'',07$.

Latitude de Lille : $50^{\circ}38'44''$.

On ne tiendra pas compte de la réfraction.