Nouvelles annales de mathématiques

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 17 (1898), p. 92-93

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1898_3_17__92_0>

CORRESPONDANCE.

Extrait d'une lettre de M. G. Fontené.

.... A propos de la Règle des analogies de M. Lemoine, dont il est question dans le numéro de janvier, je dirai ceci : Dans un petit Livre, *Géométrie dirigée,* édité par la librairie Nony, je désigne par α, β, γ les droites dirigées qui portent les côtés d'un triangle dans un plan orienté, et je pose

$$\left\{\begin{array}{ll} a = \overline{BC}, & A = (\beta, \gamma) + 2k\pi; \\ b = \overline{CA}, & B = (\gamma, \alpha) + 2k\pi; \\ c = \overline{AB}, & C = (\alpha, \beta) + 2k\pi; \end{array}\right.$$

ayant défini le *signe de la distance* d'un point à une droite dirigée, dans un plan orienté, j'appelle h, h', h'' les distances des points A, B, C aux droites α, β, γ; je désigne par r le rayon algébrique du *cycle* tangent aux trois côtés, c'est-à-dire la distance du centre à une tangente dirigée, etc. Il résulte de l'ensemble du Livre que toutes les formules de la Géométrie acceptent l'emploi des signes et qu'une même formule contient plusieurs formules *absolues,* selon la manière dont on dirige les côtés du triangle. Le plan étant orienté dans le sens ABC par exemple, on pourra diriger les côtés du triangle de B vers C, de C vers A, de A vers B, ou diriger le premier de C vers B, les deux autres restant dirigés comme ci-dessus ; en désignant par a', b', c' les valeurs absolues des côtés, et par A′, B′, C′ les valeurs absolues des angles *intérieurs* du triangle, on aura, selon les cas,

$$\left\{\begin{array}{ll} a = a', & A = \pi - A', \\ b = b', & B = \pi - B', \\ c = c', & C = \pi - C', \end{array}\right. \quad \text{ou} \quad \left\{\begin{array}{ll} a = -a', & A = \pi - A', \\ b = b', & B = -B', \\ c = c', & C = -C', \end{array}\right.$$

résultat conforme à ce qui est dit à la page 35.

Dans les deux cas, en appelant r le rayon du cycle inscrit, en posant $a + b + c = 2p$, on aura $s = pr$; de même, on a toujours $r = (p - a) \cot \frac{A}{2}$; chacune de ces formules en contient deux. Il faut d'ailleurs observer que, une fois les formules fondamentales établies, on n'a pas à examiner les différents cas de figure pour démontrer un théorème général.

.... J'ai appris, par l'énoncé qu'a donné la Rédaction, que la question **1749** était connue pour le quadrilatère. La démonstration donnée page 51 est terminée à la douzième ligne, car le fait que le centre de gravité du solide est au quart de GO′ s'établit aisément du premier coup pour un assemblage de deux pyramides : le raisonnement analogue est classique pour un quadrilatère décomposé en deux triangles.