NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

M. D'OCAGNE

Construction de la perspective conique d'une sphère

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 17 (1898), p. 44-46

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1898_3_17__44_0>

[K23a]

CONSTRUCTION DE LA PERSPECTIVE CONIQUE D'UNE SPHÈRE;

PAR M. M. D'OCAGNE.

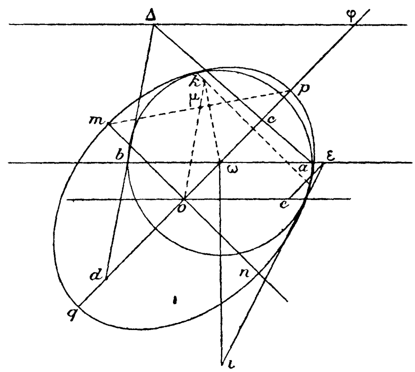
Soient ω le centre de cette sphère mis en perspective, ab son diamètre parallèle à la ligne d'horizon.

Si φ et Δ sont les points principaux de fuite et de distance, le diamètre perpendiculaire au tableau a sa perspective dirigée suivant $\omega\varphi$, ses extrémités c et d se trouvant à la rencontre de cette droite avec Δa et Δb.

Le grand cercle horizontal de la sphère a donc pour perspective l'ellipse passant par a, b, c, d et ayant en c et d des tangentes parallèles à ab. Il en résulte que cd est un diamètre de cette ellipse, dont le centre o est, par suite, le milieu de cd.

Le diamètre conjugué de oc, dirigé suivant la parallèle menée par o à ab, s'obtiendra en menant à cette ellipse une tangente parallèle à pq. Pour cela, opérons un relèvement de front autour de ab. Le cercle horizontal de la sphère se relève suivant le cercle de diamètre ab, et le point à l'infini sur pq se relève au point i situé sur la perpendiculaire élevée à ab en ω et à une distance ωi de ce point égale à $\varphi\Delta$. Donc les tangentes à l'ellipse $abcd$ parallèles à pq se relèvent suivant les tangentes menées de i au cercle ab. Traçons l'une de ces tangentes $i\varepsilon$. Quand on revient à la position primitive, le point ε situé sur la charnière ne bouge pas, et la tangente devenant parallèle à pq donne le demi-diamètre oe conjugué de oc, tel que $oe = \omega\varepsilon$.

L'ellipse de contour apparent de la sphère est l'enveloppe des perspectives de ses cercles de front, c'est-à-dire des cercles ayant pour diamètres les cordes de



l'ellipse *abcd*, parallèles à *ab*. Il en résulte d'abord que ce contour apparent a un axe dirigé suivant *cd*. En outre, lorsque la corde variable vient se confondre avec la tangente en *c* ou en *d*, le diamètre du cercle correspondant étant nul, il s'ensuit que les points *c* et *d* sont les foyers de l'ellipse de contour apparent.

Le petit axe de cette ellipse, dirigé suivant la perpendiculaire élevée en *o* à *cd* est nécessairement égal au maximum de la corde variable, c'est-à-dire au diamètre conjugué de *oc*. Nous venons de voir que ce diamètre est égal au double de $\omega\varepsilon$. Il nous suffit donc de prendre sur la direction du petit axe $om = on = \omega\varepsilon$. Ayant les sommets *m* et *n* du petit axe et les foyers *c* et *d*, nous obtenons les sommets *p* et *q* du grand axe, en prenant sur cet axe $op = oq = mc$.

En résumé, la construction de l'ellipse de contour apparent de la sphère ayant *ab* pour diamètre horizontal de front est la suivante :

Joindre le milieu ω de ab (perspective du centre) *au point de fuite principal* φ, *puis les points a et b au point de distance principal* Δ, *ce qui donne sur* $\omega\varphi$ *les points c et d.*

Prendre sur la perpendiculaire élevée en ω *à ab le segment* ωi *égal à* $\varphi\Delta$ *et mener du point i au cercle de diamètre ab une tangente qui coupe ab au point* ε.

Sur la perpendiculaire élevée à cd en son milieu o, porter $om = on = \omega\varepsilon$, *puis sur cd*, $op = oq = mc$.

L'ellipse de contour apparent cherchée est celle qui a pour axes mn et pq.

Remarquons que le cercle de diamètre *ab* étant la perspective d'un cercle de front de la sphère est bitangent à cette ellipse. D'après la construction de la normale à l'ellipse donnée dans notre *Cours* (1), la corde de contact passe par le point *k* où la perpendiculaire abaissée de ω sur *mp* rencontre la droite qui joint le point *o* au milieu μ de *mp*.