Questions

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 17 (1898), p. 291-292

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1898_3_17__291_1>

QUESTIONS.

399 (**1857**, 391). Soient donnés un tétraèdre quelconque $abcd$ et, dans son intérieur, un point o tel que les droites oa, ob, oc déterminent un angle trirectangle; je mène par le point o des plans parallèles aux faces du tétraèdre; ces plans déterminent dans chaque angle trièdre des parallélépipèdes dont je désigne les volumes par P_a, P_b, P_c, P_d. On a

$$\left(\frac{oa}{P_a}\right)^2 + \left(\frac{ob}{P_b}\right)^2 + \left(\frac{oc}{P_c}\right)^2 = \left(\frac{od}{P_d}\right)^2.$$

(MANNHEIM.)

400 (**1857**, 391). Soit u une fonction *rationnelle* et *entière* du degré n d'un nombre quelconque de variables $x, y, z, \ldots$, et soient du, d^2u, ..., d^nu les différentielles successives qu'on obtient, mais en supposant que dx, dy, dz, ... sont *constantes* (¹).

Formons l'équation

$$\begin{aligned} t^n d^n u + n t^{n-1} d^{n-1} u &+ n(n-1) t^{n-2} d^{n-2} u \\ &+ n(n-1)(n-2) t^{n-3} d^{n-3} u \\ &+ n(n-1)(n-2)\ldots 2t\,du \\ &+ n(n-1)(n-2)\ldots 2.1.u = 0. \end{aligned}$$

Formons une fonction symétrique *quelconque* rationnelle et entière des *différences* des racines de cette équation; sa valeur est une fonction entière des coefficients d^nu, $d^{n-1}u$, d^{n-2}, ..., du, u, et, par conséquent, une fonction de $x, y, z, \ldots, dx, dy, dz, \ldots$; si l'on différentie cette dernière fonc-

(¹) Alors du renferme dx, dy, dz; d^2u renferme dx^2, dy, dx, dy^2, ... et $d^{n+1} = 0$.

tion en traitant dx, dy, dz, ... comme des constantes, on trouve un résultat *identiquement* nul.

(MICHAEL ROBERTS).

NOTE DU RÉDACTEUR.

Exemple. — Soit

$$n = 2,$$
$$u = ax^2 + by^2 + cz^2,$$
$$du = 2(ax\,dx + by\,dy + cz\,dz),$$
$$d^2u = 2(a\,dx^2 + b\,dy^2 + c\,dz^2).$$

L'équation en t est

$$t^2 d^2u + 2t\,du + 2u = 0.$$

Choisissons pour fonction symétrique la somme des carrés des différences des racines : cette somme est

$$\begin{aligned}4(du^2 - 2u\,d^2u) = -16[&ab(x\,dy - y\,dx)^2\\ &+ ac(x\,dz - z\,dx)^2\\ &+ bc(y\,dz - z\,dy)^2];\end{aligned}$$

différentiant cette valeur en regardant dx, dy, dz comme constants, le résultat est identiquement nul.

414 (**1858**, 31). Quel est l'aspect du monde pour un spectateur placé sur la Lune supposée sans atmosphère? par quels moyens ce spectateur peut-il reconnaître que la Lune tourne autour de la Terre et pas la Terre autour de la Lune?

424 (**1858**, 32). On a mesuré les trois côtés d'un triangle sphérique ABC; α, β, γ sont les erreurs *absolues* respectives qu'on peut commettre sur la mesure des trois côtés a, b, c. Évaluer l'influence de ces erreurs sur les angles A, B, C.

(CAILLET.)

1800. On coupé une cubique ayant un point de rebroussement par une droite quelconque. Par chacun des points de rencontre on peut mener à la cubique une tangente, autre que celle qui touche la cubique en ce point. Démontrer que les trois points de contact de ces tangentes sont en ligne droite.

Propriété corrélative. (A. CAZAMIAN.)
