Nouvelles annales de mathématiques

Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 17 (1898), p. 280-284

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1898_3_17__280_1>

BIBLIOGRAPHIE.

E. Goursat. — *Leçons sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du second ordre à deux variables indépendantes*. Tome I : *Problème de Cauchy. — Caractéristiques. — Intégrales intermédiaires.*

Tome II : *La méthode de Laplace. — Les systèmes en involution. — La méthode de M. Darboux. — Les équations de la première classe. — Transformations des équations du second ordre. — Généralisations diverses.* 2 vol. in-8°; VIII-226 et 344 pages. Paris, Hermann, 1896-1898.

L'Ouvrage que M. Goursat vient d'achever forme une suite naturelle de celui qu'il avait publié sur les équations aux dérivées partielles du premier ordre et qui est rapidement devenu classique ([1]). Mais, tandis que, pour le premier ordre, l'auteur avait pu se contenter d'exposer les recherches classiques et, par suite, avait eu seulement le mérite, d'ailleurs nullement négligeable, d'en faire une exposition très simple et très claire, ici la tâche a été autrement considérable. Pour rassembler en un corps les travaux divers auxquels ont déjà donné lieu les équations du second ordre, il était indispensable d'élucider bien des points obscurs et délicats : c'est ce qu'a fait M. Goursat avec un talent dont il ne m'appartient pas de faire l'éloge.

Dans l'étude des équations aux dérivées partielles, on s'est placé jusqu'ici à deux points de vue principaux, qu'on peut caractériser par les noms de Cauchy et de Riemann. C'est au problème de Cauchy, c'est-à-dire à l'étude de la détermination des intégrales analytiques par des conditions aux limites elles-mêmes analytiques, qu'est consacré exclusivement l'Ouvrage de M. Goursat.

Il ne serait pas possible d'indiquer ici les points principaux qui y sont traités sans dépasser beaucoup les limites qui me sont fixées. Le sommaire, reproduit en tête de cet article, indique le plan général de l'Ouvrage; je me contenterai de dire quelques mots sur deux des points qui m'ont le plus vivement intéressé.

La théorie des équations aux dérivées partielles du premier ordre est dominée par la notion de caractéristique : les caractéristiques sont des courbes dont la détermination dépend

---

([1]) E. GOURSAT, *Leçons sur l'intégration des équations aux dérivées partielles du premier ordre*, rédigées par C. BOURLET. Paris. Hermann, 1891.

d'équations différentielles ordinaires; on associe, d'ailleurs, à chacune de ces courbes une développable qui la contient; et, ces éléments connus, la résolution et la discussion du problème de Cauchy sont immédiates.

Il est, malheureusement, bien peu probable, que l'on puisse trouver, pour le second ordre, des éléments géométriques dont la détermination se ramène à des équations différentielles ordinaires et dont la connaissance permette de résoudre, sans nouvelle intégration, le problème de Cauchy. En ce sens, la théorie des caractéristiques ne semble pas susceptible de généralisation; mais les caractéristiques ont beaucoup de propriétés intéressantes, qu'il est possible de généraliser; par exemple, la suivante : *Deux surfaces intégrales d'une équation du premier ordre, qui ont un contact d'ordre n en un point d'une caractéristique, ont un contact d'ordre n en tous les points de cette caractéristique.* La notion de caractéristique avait été étendue aux équations du second ordre par Ampère, dont l'admirable Mémoire, longtemps resté le seul travail important sur ce sujet, mérite encore de fixer l'attention des géomètres. M. Goursat a approfondi et généralisé cette notion; les conséquences qu'il en a tirées donnent à son Ouvrage beaucoup d'unité, malgré la diversité des sujets traités.

La lecture en est, d'ailleurs, rendue plus facile et plus attrayante par de nombreuses applications géométriques, dont plusieurs sont nouvelles. Dans bien des questions, certains cas, *a priori* très particuliers, sont ceux qui se présentent le plus fréquemment en pratique : par exemple, beaucoup de problèmes d'Analyse conduisent à des équations algébriques résolubles par radicaux. Les équations du second ordre ne font pas exception à cette règle: celles que les méthodes connues permettent d'intégrer jusqu'au bout paraissent, *a priori*, devoir être des plus rares : cependant, un grand nombre de problèmes de Géométrie conduisent à de telles équations. On en trouvera, en particulier, de très intéressants dans le Chapitre III.

Il faudrait aussi, pour parler des recherches de M. Goursat sur l'équation de Laplace, de sa discussion détaillée de la méthode de M. Darboux, signaler le parti qu'il a su tirer de sa connaissance approfondie des résultats et des méthodes de M. Lie; indiquer enfin la place qu'à côté de ses travaux il a su faire à ceux de ses élèves. Ce leur sera un précieux encouragement à continuer leurs recherches et, peut-être, pour d'autres jeunes chercheurs, un motif de porter leurs investigations de ce côté. Il y a là, en effet, un champ assez vaste et encore assez neuf pour que bien des travailleurs puissent y faire besogne utile : le livre de M. Goursat sera pour eux un outil indispensable; à côté d'un exposé complet des progrès les plus récents de la théorie et d'indications sur les points qui appellent de nouvelles recherches, ils y trouveront des renseignements bibliographiques très complets; je serais presque tenté de dire : trop complets pour ceux qui n'ont pas encore assez d'expérience pour distinguer eux-mêmes les plus importants.

Mais l'Ouvrage de M. Goursat ne s'adresse pas seulement aux chercheurs : sa lecture est nécessaire à quiconque veut se tenir au courant des progrès d'une des branches de la Science qui, si elle est des plus difficiles, est aussi des plus intéressantes.

ÉMILE BOREL.

Nouvelles Tables de logarithmes à cinq décimales, par E. MOUGIN, Professeur au Collège de Blois. Chez l'auteur : $1^{\text{fr}},25$.

Les Tables de M. Mougin contiennent :

1° En neuf pages, les logarithmes des nombres de 1 à 10000 (1111 logarithmes à la page), avec différences et parties proportionnelles; le chiffre à gauche du nombre dont on cherche le logarithme indique la page à consulter. Ex. : 5946, page 5;

2° En dix-huit pages, les logarithmes des sinus, cosinus, tangentes et cotangentes de minute en minute pour tous les arcs du premier quadrant. Même disposition que pour les logarithmes des nombres;

3° Des notices explicatives, avec de nombreux exemples;

4° Des formules, mathématiques et physiques, reliées par un fil, pouvant être détachées au moment d'un examen, puis replacées.

On voit que l'auteur est parvenu à condenser beaucoup de choses en bien peu d'espace. Et pourtant pas d'obscurité, pas d'erreurs possibles, en dehors de celles qui sont dues à l'étourderie et qui se produisent avec des Tables quelconques.

La disposition nouvelle adoptée par M. Mougin est absolument ingénieuse; elle serait longue à décrire, mais un coup d'œil permet de s'en rendre compte immédiatement. Quant au résultat obtenu, nous citerons seulement ce fait : là où d'excellentes Tables classiques emploient plus de 90000 caractères, pour les logarithmes des nombres, M. Mougin en emploie seulement 29548.

Il serait bon d'essayer ces nouvelles Tables d'une façon un peu générale et systématique, afin de pouvoir se prononcer définitivement sur leur valeur pratique. Les lecteurs des *Nouvelles Annales* que la question intéresserait pourront s'adresser directement à l'auteur. Il se fera un plaisir de leur envoyer immédiatement un exemplaire à titre d'hommage, sur le désir qui lui en serait exprimé.

Essai sur les conditions et les limites de la certitude logique, par G. Milhaud, chargé de cours à la Faculté des Lettres de Montpellier. (1 vol. in-12 de la *Bibliothèque de Philosophie contemporaine*, 2^{fr}, 50, deuxième édition revue. Félix Alcan, éditeur.)

M. Milhaud, agrégé des Sciences mathématiques, avait présenté ce travail comme thèse pour le doctorat ès lettres, à la Sorbonne. Il a donc pu, grâce à ses connaissances mathématiques, établir avec une compétence particulière, dans cette étude philosophique, les exemples sur lesquels s'appuie sa discussion.

L'auteur s'est proposé de montrer que la contradiction logique n'autorise aucune affirmation en dehors des faits particuliers directement observés. Sa méthode repose sur la distinction fondamentale de ce qui est *donné* et de ce qui est *construit*, dans les éléments de la pensée.

Après avoir établi directement sa thèse, il la confirme par un appel au témoignage des Mathématiques, puis il s'attache à ruiner, par un examen direct, ce que les opinions couramment formulées sur quelques problèmes philosophiques présentent de manifestement contradictoire avec ses conclusions.