NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Certificats d'études supérieures des facultés des sciences. Session de novembre 1987. Compositions

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 17 (1898), p. 219-236

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1898_3_17__219_0>

CERTIFICATS D'ÉTUDES SUPÉRIEURES DES FACULTÉS DES SCIENCES.

SESSION DE NOVEMBRE 1897. — COMPOSITIONS.

Marseille.

ANALYSE INFINITÉSIMALE.

ÉPREUVE ÉCRITE. — *Étant donnée une congruence de droites définies par les équations*

$$x = uz + a^2 f(v),$$
$$y = vz + b^2 f(u),$$

où a et b sont des constantes données et où $f(u)$ est une fonction connue de u, déterminer les surfaces développables qui passent par l'une quelconque des droites.

Trouver le lieu des points où la droite considérée rencontre l'arête de rebroussement de chaque surface développable; en d'autres termes, trouver la surface focale de la congruence.

On sera ramené aux quadratures. On peut intégrer complètement si $f(u)$ est un polynome du troisième degré en u. On fera le calcul pour $f(u) = u^3$.

Est-il nécessaire d'intégrer quand on ne cherche que la surface focale de la congruence?

Pour que les équations de la droite mobile représentent une surface développable, il faut que l'on ait la condition

$$b^2 f'(u)\, du^2 = a^2 f'(v)\, dv^2.$$

qui se décompose et donne la double équation

$$b\sqrt{f'(u)}\,du \pm a\sqrt{f'(v)}\,dv = 0.$$

L'intégration est en évidence. Les deux constantes sont fixées par le choix de la droite initiale. Le point où cette droite touche l'arête de rebroussement de l'une des surfaces développables est défini par l'équation

$$z_1\,du + a^2 f'(v)\,dv = 0,$$

ou

$$z_1 = -ab\sqrt{f'(u) + f'(v)}.$$

Dans le cas où l'on a

$$f(u) = u^3,$$

le calcul donne

$$bu^2 \pm av^2 = \text{const.} = k,$$
$$z_1 = -3ab\,uv.$$

La surface focale, dont le point variable a pour coordonnées xy et z_1, est donc définie par les équations de la droite et par la dernière équation écrite. L'élimination de u et v n'offre rien de particulièrement remarquable relativement à cette surface.

On peut au contraire éliminer facilement u et v de manière à former les équations des deux développables qui passent par la droite initiale. On obtient les équations

$$xy = \left(-\frac{10}{27} \pm \frac{2}{9}\right)\frac{z^3}{ab} + k^2 z.$$

Épreuve pratique. — *Intégrer l'équation différentielle*

$$\frac{d^3y}{dx^3} - 2\frac{d^2y}{dx^2} - 4\frac{dy}{dx} + 8y = 16\,(e^{-2x} + e^{2x}).$$

L'équation caractéristique a pour racines précisément les exposants 2 et -2 de e dans le second membre. On trouve par les méthodes classiques

$$y = e^{2x}(C_1 + C_2 x + 2x^2) + e^{-2x}(C_3 + x).$$

ASTRONOMIE.

ÉPREUVE ÉCRITE. — I. *Énumérer et définir les éléments de l'orbite parabolique d'une comète.*

Ces éléments étant supposés connus, calculer les coordonnées héliocentriques et les coordonnées géocentriques de l'astre pour une date donnée.

II. *Un miroir plan est porté par un axe de rotation auquel il est parallèle et qui est lui-même parallèle à l'axe du monde.*

Cet axe de rotation est animé d'un mouvement uniforme qui lui fait exécuter une révolution complète, en quarante-huit heures sidérales, dans le sens du mouvement diurne apparent.

Démontrer que le ciel, vu par réflexion dans le miroir, paraît immobile.

II. L'image de la sphère céleste dans un plan est une sphère. Pour démontrer que cette image reste immobile dans le plan mobile, il suffit de démontrer que deux points ont leurs images immobiles. On choisira deux points de l'équateur céleste et l'on démontrera la proposition pour un seul de ces points.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *En un lieu dont la colatitude est* γ, *on a observé la distance zénithale* z *du centre du Soleil avant son passage au méridien.*

On connaît le temps vrai t, *compté du méridien de Paris, auquel l'observation a été faite, ainsi que la distance polaire* $\mathfrak{P}$ *du centre du Soleil.*

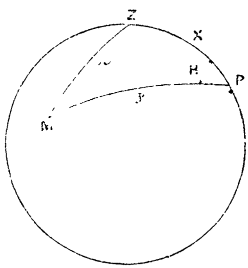
Calculer : 1° *la longitude du lieu de l'observation;*

2° *L'erreur dont se trouve affectée cette longitude, par suite d'une erreur de* $10''$ *commise sur la distance zénithale.*

Données numériques :

$$t = 18^{h}\,17^{m}\,39^{s},41,$$
$$\mathfrak{L} = 99^{\circ}\,32'\,33'',4,$$
$$\chi = 64^{\circ}\,31'\,27'',5,$$
$$z = 53^{\circ}\,19'\,23'',7.$$

On supposera que z est affranchie des effets de réfraction et de parallaxe.



$$2p = \chi + \mathfrak{L} + z, \qquad \tang\frac{H}{2} = \sqrt{\frac{\sin(p-\chi)\sin(p-\mathfrak{L})}{\sin p \sin(p-z)}}.$$

$2p$	$217^{\circ}.23'.24.6$	$\sin(p-\chi)$	$\bar{1},8431077$
p	$108.41.42,3$	$\sin(p-\mathfrak{L})$	$\bar{1},2015672$
$p-z$	$55.22.18,6$	$\sin p$	$\bar{1},9764590$
$p-\chi$	$49.10.14,8$	$\sin(p-z)$	$\bar{1},9153245$
$p-\mathfrak{L}$	$9.\ 9.\ 8,9$	N	$\bar{1},0446749$
$\frac{H}{2}$	$20.39.39,56$	D	$\bar{1},8917835$
H	$41.19.19,12$	N : D	$\bar{1},1528914$
H (en temps)	$2^{h}\,45^{m}\,17^{s},27$	$\tang\frac{H}{2}$	$\bar{1},5764457$
Temps local vrai	$21^{h}\,14^{m}\,42'',73$		
Temps de Paris vrai	$18^{h}\,17^{m}\,39'',41$		
Longitude est du lieu	$2^{\circ}\,57'\,3'',32$		
Id. en arc	$44^{\circ}\,15'\,49'',8$		

$$\Delta H = \Delta z \frac{\sin z}{\sin \chi \sin P \sin H} = k\,\Delta z.$$

$\sin z$	$\bar{1},904$	
$\sin \chi$	$\bar{1},956$	
$\sin P$	$\bar{1},994$	
$\sin H$	$\bar{1},820$	$\Delta H = \Delta z \times 1,36.$
$\sin \chi \sin P \sin H$	$\bar{1},770$	
k	$0,134$	

Si $\Delta z = 10''$, la longitude orientale est erronée de $\pm 13'',6$.

Montpellier.

Calcul différentiel et intégral.

Épreuve écrite. — I. *Soit* $P + Qi$ *une fonction analytique de* $z = x + y\,i$, P *et* Q *étant deux fonctions réelles de* x *et* y.

Démontrer qu'il existe une fonction analytique telle que

$$P + Q = \frac{4 \sin x}{e^{y} + e^{-y} - 2\cos x},$$

qui devient égale à $1 + i$ *pour* $z = \frac{\pi}{2}$.

Déterminer cette fonction, et trouver les valeurs de la variable qui la rendent nulle.

II. *Calculer la valeur de l'intégrale double*

$$\int_0^\infty \int_0^\infty \frac{y \cos(ax)}{x^8 - 16 b^8 - 8 b^4 (x^4 - y^4)}\, dx\, dy.$$

Mécanique.

Épreuve écrite. — *Un point matériel, non pesant, glisse sans frottement sur la surface d'une sphère, dont il peut se séparer. Cette sphère est animée d'un mouvement de rotation uniforme autour d'un axe* *passant par son centre. Deux points fixes* A *et* B, *de masses égales, situés à l'intersection de la sphère et de son axe de rotation, attirent le point mobile proportionnellement aux masses et en raison inverse du cube de la distance. Étudier le mouvement relatif du point mobile, en supposant que sa vitesse relative initiale est nulle. En particulier, considérer la réaction de la sphère et dire si le mobile abandonne la sphère.*

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Établir les équations d'équilibre d'un fil flexible et inextensible. Applications.*

ASTRONOMIE.

ÉPREUVE PRATIQUE. — *Le* 26 *novembre* 1897, *à midi moyen de Paris, les coordonnées équatoriales de la Lune sont :*

$$\text{Ascension droite}\ldots\quad \alpha = \quad 18^{h}52^{m}2^{s},38$$
$$\text{Déclinaison}\ldots\ldots\ldots\quad \delta = -24^{\circ}21'20'',7$$

et les variations de ces coordonnées pour une minute de temps moyen sont :

$$\Delta\alpha - 2^{s},6688,$$
$$\Delta\delta = 6',466.$$

On demande de calculer la latitude et la longitude de l'astre au même instant, ainsi que les variations de ces coordonnées pour une minute de temps moyen.

L'inclinaison de l'écliptique est de

$$23^{\circ}27'9'',46.$$

Il n'y a pas eu d'épreuve pratique de Calcul différentiel et intégral, aucun candidat n'ayant été admissible.

Nancy.

Calcul différentiel et intégral.

Vérifier que l'équation différentielle du second ordre

$$x\frac{d^2y}{dx^2}+(x+1)\frac{dy}{dx}-ny=0,$$

où n désigne un nombre entier positif, admet comme solution particulière un polynome de degré n, et calculer les coefficients de ce polynome.

Déduire de là la solution générale de l'équation différentielle et la ramener à une quadrature. Quelle est, dans le domaine de l'origine, la forme analytique de cette quadrature et celle de la solution générale?

Analyse supérieure.

I. *Démontrer qu'un système complet de m équations aux dérivées partielles du premier ordre, linéaires et homogènes à m + n variables indépendantes peut toujours être ramené à un système jacobien. Déduire de là qu'il admet n intégrales distinctes.*

II. *Les coordonnées x, y, z d'un point d'une certaine courbe, étant exprimées en fonction d'un paramètre t, satisfont aux trois équations différentielles,*

$$\frac{dx}{dt}=\frac{x^2(y^2-z^2)}{yz},$$
$$\frac{dy}{dt}=\frac{y^2(z^2-x^2)}{zx},$$
$$\frac{dz}{dt}=\frac{z^2(x^2-y^2)}{xy};$$

en outre cette courbe passe par le point (x_0, y_0, z_0) qui *répond à la valeur $t = 0$ du paramètre. On pose*

$$x_0^2 y_0^2 z_0^2 = \frac{\alpha\beta^3}{27},$$

$$y_0^2 z_0^2 + z_0^2 x_0^2 + x_0^2 y_0^2 = \frac{\alpha\beta^2}{3},$$

$$x_0^2 + y_0^2 + z_0^2 = \gamma.$$

et l'on désigne par u la somme $x^2 + y^2 + z^2$.

1° *Former l'équation du troisième degré à coefficients fonctions de u qui admet pour racines*

$$x^2,\quad y^2,\quad z^2.$$

2° *Déterminer pour chaque valeur de la constante α l'intervalle dans lequel varie la variable positive u.*

3° *Exprimer u à l'aide de t en employant la fonction $\wp$ de Weierstrass si $\alpha \neq 1$, et examiner particulièrement le cas de $\alpha = 1$.*

II. En formant $d(x^2)$, $d(y^2)$ et $d(z^2)$, on voit que

$$dL(x^2 y^2 z^2) \quad \text{et} \quad d\left(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{y^2} + \frac{1}{z^2}\right)$$

sont nuls, de sorte que l'on a déjà

$$x^2 y^2 z^2 = x_0^2 y_0^2 z_0^2 = \frac{\alpha\beta^3}{27},$$

$$y^2 z^2 + z^2 x^2 + x^2 y^2 = y_0^2 z_0^2 + z_0^2 x_0^2 + x_0^2 y_0^2 = \frac{\alpha\beta^2}{3};$$

comme on pose $x^2 + y^2 + z^2 = u$, x^2, y^2 et z^2 sont les racines de l'équation

$$(1) \qquad X^3 - uX^2 + \frac{\alpha\beta^2}{3} X - \frac{\alpha\beta^3}{27} = 0.$$

Pour que les racines soient réelles et positives, il faut que α et β soient positifs, et que u rende positive la fonction

$$\varphi(u) = -4u^3 + 3\alpha\beta u^2 + 6\alpha\beta^2 u - (4\alpha - 1)\alpha\beta^3;$$

il est nécessaire pour cela que $\varphi(u)$ ait ses trois racines réelles et que u soit compris entre les deux racines positives; pour que ces conditions soient réalisables, il faut et il suffit que $\alpha \geqq 1$ et que γ rende positive la fonction $\varphi(u)$. La fonction u de t est déterminée par l'équation

$$\frac{du}{dt} = \frac{2x^4(y^2 - z^2) + 2y^4(z^2 - x^2) + 2z^4(x^2 - y^2)}{xyz}$$

ou, en introduisant le discriminant de l'équation (1), par

$$\left(\frac{du}{dt}\right)^2 = 4\varphi(u).$$

Le changement de variable déterminé par l'équation

$$u = \frac{\alpha\beta - v}{4}$$

donne, pour déterminer v, l'équation canonique

$$(2) \quad \left(\frac{dv}{dt}\right)^2 = 4v^3 - 12\alpha\beta^2(\alpha + 8)v + 8\alpha\beta^3(\alpha^2 - 20\alpha + 8);$$

comme u doit varier entre les deux plus grandes racines de l'équation (1), v variera entre les plus petites racines e_3 et e_2 du second membre de l'équation (2), et l'on aura

$$v - v_0 = v - \alpha\beta + 4\gamma = p(t + \omega', \omega, \omega') - e_3$$

ou bien

$$u = \gamma - \tfrac{1}{4}[e_3 - p(t + \omega', \omega, \omega')].$$

Lorsque $\alpha = 1$, $\varphi(u)$ a une racine double $u = \beta$ et une simple $u = -\frac{5}{4}\beta$; il faut que l'on ait constamment $u = \beta = \gamma$, de sorte que x^2, y^2 et z^2 sont des constantes égales à $\frac{\beta}{3}$.

Paris.

Calcul différentiel et intégral.

Épreuve écrite. — I. *On considère l'équation aux dérivées partielles*

$$r(1+q^2) - 2spq + t(1 = p^2) = 0,$$

où, suivant l'usage, p, q, r, s, t désignent les dérivées partielles des deux premiers ordres d'une fonction z de x et y

$$\left(p = \frac{\partial z}{\partial x}, \quad q = \frac{\partial z}{\partial y}, \quad r = \frac{\partial^2 z}{\partial x^2}, \quad s = \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}, \quad t = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2}\right).$$

On demande de trouver toutes les solutions de cette équation, pour lesquelles z est une fonction de la seule quantité u, en posant

$$u = \sqrt{x^2+y^2}.$$

II. *Trouver les fonctions z des deux variables x et y satisfaisant à l'équation aux différentielles totales*

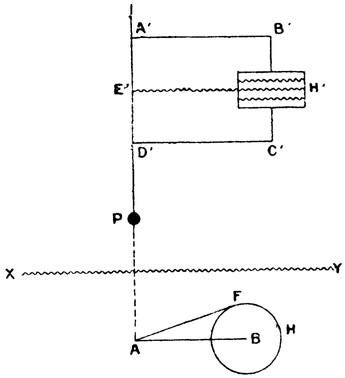
$$yz(y+z)\,dx + zx(z+x)\,dy + xy(x+y)\,dz = 0.$$

Épreuve pratique. — *Calculer l'intégrale définie*

$$\int_0^1 x\sqrt[3]{1-x^3}\,dx.$$

Mécanique rationnelle.

Épreuve écrite. — *Un cadre rectangulaire* A′B′C′D′ *formé par quatre tiges rigides invariablement liées entre elles peut tourner autour du côté* A′D′ *supposé vertical et fixe. Une poulie circulaire homogène* H′ *est liée au côté* B′C′ *de façon qu'elle puisse tourner* *librement autour de* B′C′ *sans glisser le long de ce côté. Autour de cette poulie est enroulé un fil inextensible sans masse, qui est ensuite tendu horizontalement,*



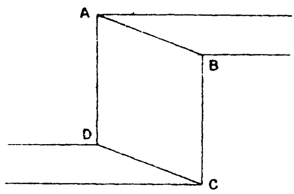
qui passe sur une poulie infiniment petite E′ *placée sur le côté* A′D′ *et qui pend librement, en portant à son extrémité un point pesant* P *de masse* m.

On abandonne le système à lui-même sans vitesses initiales, de telle façon que le point P *tombe le long de la verticale* A′D′. *Trouver le mouvement, en supposant qu'il n'y ait pas de frottements.*

Notations. — *On appellera* a *la longueur* A′B′, R *le rayon de la poulie,* M *sa masse,* I *le moment d'inertie du cadre par rapport à* A′D′, θ *et* φ *les angles dont tournent respectivement le cadre et la poulie à partir de leurs positions initiales.*

Dans la figure, on a représenté au-dessous de la ligne de terre XY *la projection horizontale du système:* AB *projection horizontale du cadre,* H *de la poulie,* AF *de la partie horizontale du fil.*

Épreuve pratique. — *Calculer, en kilogrammes, la* *pression de l'eau sur une porte d'écluse verticale rectangulaire, en supposant qu'en amont l'eau affleure*

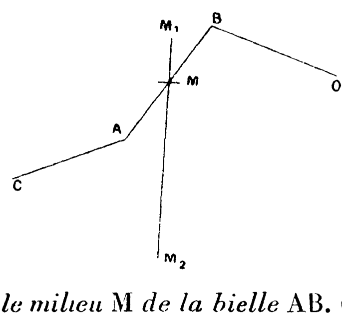


au côté supérieur AB *et en aval au côté inférieur* DC. *Déterminer la position du centre de pression. La largeur* AB *de la porte est* 3^m *et sa hauteur* $AD = 4^m$.

MÉCANIQUE PHYSIQUE.

ÉPREUVE THÉORIQUE. — *On se propose de construire le dispositif du balancier et du contrebalancier.*

On connaît a priori *la position et la longueur* C *du segment* M_1M_2 *de la verticale que doit décrire approximativement le milieu* M *de la bielle* AB.



On connaît la longueur l *de cette bielle et la longueur* a *du balancier et du contrebalancier. Déterminer les points d'articulation* O *et* C *du balancier et du contrebalancier. Dire si les deux solutions que fournit le calcul sont également admissibles.*

On prendra

$$C = 0^m,48, \qquad l = 0^m.48, \qquad a = 0^m,74.$$

Prouver que le point M *décrit la verticale avec une erreur moindre qu'un tiers de millimètre.*

Épreuve pratique — *Deux arbres parallèles* A *et* B, *distants de* 40^{cm}, *portent chacun une roue dentée. Ces deux roues représentent un engrenage du système à développantes de cercles. L'une des roues a* 24 *dents; on demande de trouver le nombre des dents de la seconde, sachant que, la première roue faisant* 80 *tours, la seconde en fait* 120. *Trouver les rayons des circonférences primitives et construire le profil d'une dent de la seconde roue.*

Astronomie.

Épreuve écrite. — *Théorie de la réfraction astronomique dans l'hypothèse des couches d'air sphériques et concentriques.*

Développement en série de l'expression de la réfraction.

Détermination expérimentale des coefficients de la série.

Épreuve pratique. — *On a observé, en un lieu de latitude* φ, *l'instant du passage d'une étoile de distance polaire* $\mathfrak{P}$, *au fil moyen d'une lunette méridienne imparfaitement réglée. Le fil n'a pas d'erreur de collimation; l'axe des tourillons est horizontal, mais l'extrémité ouest de cet axe est dévié vers le sud d'un angle* a. *On demande :*

1° *De calculer la réduction au méridien du temps du passage pour le cas suivant :*

$$\varphi = 48°.50'.10'',$$
$$\mathfrak{P} = 72.23.20,$$
$$a = 1.10.\ 5.$$

2° *De discuter la valeur de la réduction lorsque la* *distance polaire de l'étoile varie de l'horizon sud à l'horizon nord.*

Rennes

Analyse.

Épreuve écrite. — 1° *Déterminer une fonction analytique sachant que sa partie réelle est une fonction homogène d'ordre m des deux variables x et y ;*

2° *Étant donné un polynome entier de degré m*

$$\varphi(z) = A_0 z^m + A_1 z^{m-1} + \ldots + A_{m-1} z + A_m,$$

calculer l'intégrale

$$\int \frac{\varphi'(z)}{\varphi(z)} L(z)\,dz,$$

effectuée à partir d'un point donné, le long d'une circonférence ayant son centre à l'origine des coordonnées et de rayon R *assez grand pour contenir toutes les racines de l'équation* $\varphi(z) = 0$ *ou de rayon* ρ *assez petit pour n'en contenir aucune; on suppose bien étendu* $\varphi(0) \neq 0$.

Épreuve pratique. — *Intégrer l'équation*

$$\frac{d^3y}{dx^3} - 3\frac{dy}{dx} + 2y = (3x+1)e^x - 2e^{-2x}.$$

Astronomie.

Épreuve pratique. — 1° *Calculer l'ascension droite et la déclinaison d'un astre dont les coordonnées écliptiques sont*

Longitude $L = 224°36'20'',00$
Latitude $\lambda = -6°\ 7'10'',00$

2° *Corriger après coup les valeurs trouvées sachant que la longitude* L *doit subir une correction de* 1″.

Toulouse.

Calcul différentiel et intégral.

Épreuve écrite. — I. *Définition, propriétés et équation différentielle des lignes asymptotiques d'une surface donnée; cas où la surface est réglée.*

II. *Déterminer pour la constante a une valeur réelle, positive, différente de zéro et telle que l'équation différentielle*

$$x(1-x)\frac{d^2y}{dx^2}+2x\frac{dy}{dx}-ay=2x$$

admette une infinité de solutions qui soient des polynomes entiers.

Trouver pour cette même valeur particulière de a l'intégrale générale de l'équation proposée.

III. *Démontrer que les courbes caractéristiques de l'équation aux dérivées partielles*

$$\left(\sqrt{z^2+x+y}-z+1\right)\frac{\partial z}{\partial x}+\left(\sqrt{z^2+x+y}-z-1\right)\frac{\partial z}{\partial y}=1$$

sont rectilignes et parallèles au plan

$$x-y-2z=0;$$

trouver l'intégrale générale de cette équation.

Épreuve pratique. — *a désignant une constante réelle choisie de façon que l'intégrale*

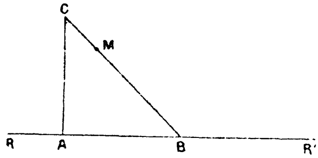
$$\int_0^\infty \frac{x^a\,dx}{1+x^2}$$

ait un sens, calculer la valeur de cette intégrale.

Mécanique rationnelle.

Épreuve écrite. — I. *Un prisme homogène de masse m, dont la section droite est un triangle rec-*

tangle ABC *repose par une de ses faces rectangulaires sur un plan horizontal fixe* RR′ *sur lequel il peut*



glisser sans frottement. Un corps pesant M *de masse* m' *et de dimensions très petites est posé sur la face hypoténusale* BC *du prisme et glisse suivant la ligne de plus grande pente, de sorte que son centre de gravité et celui du prisme soient toujours dans le même plan vertical* ABC. *La pression de* M *sur le prisme fait reculer celui-ci.*

On propose de déterminer la vitesse du corps M, *sa trajectoire, la vitesse de recul du prisme.*

II. *Lorsqu'une figure plane, limitée par une ligne fermée, possède un axe de symétrie* A, *si l'on fait tourner cette figure autour d'un axe parallèle à* A, *le moment d'inertie* I, *relativement à ce dernier axe du corps engendré par l'aire plane considérée après une révolution complète, est égal à* $m(h^2 + 3k^2)$, *m représentant la masse de l'anneau supposé homogène, h la distance de l'axe de symétrie de l'aire plane à l'axe de la surface de révolution qui limite le corps, k le rayon de gyration de l'aire génératrice relativement à l'axe de symétrie de cette aire.*

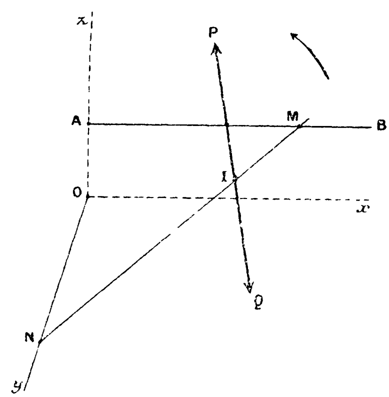
ÉPREUVE PRATIQUE. — *Déterminer les coordonnées du centre de gravité d'un arc homogène de spirale logarithmique* ($r = ae^{m\theta}$). *On prendra pour origine des arcs le point où la spirale rencontre l'axe polaire* $r = a$, $\theta = 0$.

MÉCANIQUE APPLIQUÉE.

I. *Description sommaire du joint Goubet.*

II. *On donne la droite* AB *définie en coordonnées rectangulaires par*

$$y = 0, \qquad z = 1,$$



et l'on considère le mouvement d'une aiguille MN, *de longueur* a, *dont les extrémités* M *et* N *se déplacent respectivement sur* AB *et* Oy. *Soit*

$$x = f(t)$$

l'équation du mouvement de M *sur* AB.

1° *Montrer qu'à un instant quelconque* t *le mouvement de* MN *est (au point de vue de l'état des vitesses) un mouvement de rotation et déterminer le segment qui représente cette rotation.*

2° *Une seconde aiguille* PQ, *invariablement liée à la première* MN *au point* I, *de manière que l'angle des deux aiguilles soit droit, tourne autour de* MN *(dans le sens de la flèche) d'un mouvement uniforme donné.*

Décomposer d'une manière simple le mouvement du système des deux aiguilles :

1° *En deux rotations;* 2° *en une rotation et une translation.*

Astronomie ou Mécanique céleste.

Épreuve écrite. — *Connaissant, par rapport à l'écliptique et à l'équinoxe moyens d'une date* T, *les éléments de l'orbite d'une planète, déterminer par rapport au même équinoxe l'ascension droite et la déclinaison géocentriques de la planète à une date quelconque t. Constantes de Gauss.*

Emploi de la lunette méridienne pour la détermination des ascensions droites des étoiles. (*On supposera connues les constantes qui définissent la position de l'instrument.*)

Épreuve pratique. — *Une lunette montée équatorialement est installée dans le voisinage d'une colonne verticale. On dirige la lunette sur le sommet de la colonne et l'on constate que :*

1° *L'angle horaire est* 2^h;

2° *La distance polaire est* 120°;

3° *L'œilleton de l'oculaire de la lunette est à* 60^m *du centre du pied de la colonne et dans le même plan horizontal.*

La latitude du lieu d'observation est 46°.

On demande la hauteur de la colonne.

(*On fera le calcul avec la précision que comportent les Tables à sept décimales.*)