Nouvelles annales de mathématiques

E. Malo

Remarque au sujet de la question de concours des « Nouvelles annales » en 1896

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 17 (1898), p. 128-129

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1898_3_17__128_1>

[A3k]

REMARQUE AU SUJET DE LA QUESTION DE CONCOURS DES « NOUVELLES ANNALES » EN 1896;

Par M. E. MALO,
Capitaine du Génie à Sétif.

Il s'agit de l'interprétation géométrique des racines d'un polynome $R(x)$ du quatrième degré, interprétation qui m'avait échappé lorsque je me suis jadis occupé de cette question, et qui n'a peut-être pas été aperçue jusqu'ici, bien qu'elle soit simple et intéressante.

Soient A, B, C, D *les points figuratifs des racines de l'équation* $F(x) = 0$; il existe six droites passant trois par trois par ces quatre points, et qui, en outre, se coupent deux par deux en trois autres points E, F, G. Si l'on écarte successivement les couples qui se coupent en E, F, G, on a trois systèmes de quatre droites qu'on peut désigner convenablement par la notation (E), (F), (G), et dont chacun détermine une parabole inscrite : *les foyers* e, f, g, *de ces paraboles sont les points figuratifs des racines du covariant* $R(x)$.

Les triangles EFG, efg, *sont homologiques.*

Le centre d'homologie I appartient en commun à trois cercles passant respectivement par l'un des points E, F, G et par les points milieux de ceux des côtés du quadrangle ABCD qui se coupent en E, en F, en G; les trois points où les cercles dont il s'agit se rencontrent encore deux à deux sont les points e, f, g.

Le cas particulièrement important où les points A, B, C, D sont en ligne droite, c'est-à-dire les racines de $F(x)$ toutes réelles, échappe à cette figuration; mais on peut en donner une autre, également simple et curieuse.

Alors, en effet, il existe une cartésienne admettant la droite joignant les points A, B, C, D comme axe et ces points comme sommets; les trois foyers de cette cartésienne figurent les racines du covariant $R(x)$, réelles par suite, en même temps que celles de $F(x)$.

En somme, toutes les propositions partielles dont se compose la question de concours des *Nouvelles Annales* sont susceptibles d'une figuration, ou même d'une démonstration, géométrique; mais les deux exemples donnés ci-dessus sont probablement les plus curieux en même temps que les plus simples.

Le premier considéré en lui-même, et indépendamment de la proposition d'Analyse à laquelle il est lié implicitement, constitue un théorème qui pourrait peut-être être proposé comme *question* dans votre Recueil. Il suffirait, pour avoir un énoncé indépendant, de remplacer les mots soulignés par ceux-ci :

les sommets d'un quadrangle,

et par :

les foyers e, f, g *de ces paraboles forment un triangle homologique du triangle* EFG.