Nouvelles annales de mathématiques

F. Farjon

Théorèmes de Pascal et de Brianchon

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 16 (1897), p. 78-79

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1897_3_16__78_1>

[L[1] 1 c]

THÉORÈMES DE PASCAL ET DE BRIANCHON;

Par M. F. FARJON.

Un hexagone circonscrit à une conique peut être considéré comme la perspective du polygone gauche formé par six génératrices rectilignes d'une quadrique gauche alternativement du premier et du deuxième système. Les trois couples de génératrices opposées déterminent trois plans formant un trièdre qui a pour arêtes les diagonales de l'hexagone; celles-ci se coupent donc en un même point (théorème de Brianchon).

Soient 1, 2, 3, 4, 5, 6 les sommets de l'hexagone; les plans tels que 123, 234, ... ont pour traces, sur le plan du Tableau, les côtés d'un hexagone inscrit. Considérons les deux plans opposés 123, 456; leur intersection est déterminée par les intersections des deux couples de génératrices opposées 12, 45 et 23, 56; de plus, sa trace sur le plan du Tableau est l'intersection des deux côtés opposés correspondants de l'hexagone inscrit. En appliquant la même construction aux deux autres couples de plans opposés, on reconnaît que leurs intersections sont dans un même plan avec la précédente, et les trois points de rencontre des côtés opposés de l'hexagone inscrit situés sur la trace de ce plan sont en ligne droite (théorème de Pascal).

La même figure peut servir à démontrer d'autres théorèmes. Ainsi, les faces du trièdre des diagonales de l'hexagone circonscrit ont pour traces sur le plan du Tableau les diagonales de l'hexagone inscrit; celles-ci se coupent donc deux à deux sur les diagonales de l'hexagone circonscrit, etc.

Ce mode de raisonnement fait découler des principes les plus élémentaires de la Géométrie dans l'espace la démonstration de propositions de Géométrie plane dont la preuve est faite habituellement par des procédés artificiels. Exemple : les propriétés des triangles homologiques, qui sont évidentes lorsque l'on considère la figure comme la perspective d'un trièdre coupé par deux plans.