NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

HUSQUIN DE RHÉVILLE

Sur une représentation géométrique du développement en fraction continue ordinaire

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 16 (1897), p. 61-62

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1897_3_16__61_1>

[D2d]

SUR UNE REPRÉSENTATION GÉOMÉTRIQUE DU DÉVELOPPEMENT EN FRACTION CONTINUE ORDINAIRE;

PAR M. HUSQUIN DE RHÉVILLE.
Ingénieur civil.

L'étude sommaire du remarquable procédé de représentation géométrique du développement en fraction continue, exposé, dans les *Nouvelles Annales* (1896, p. 327), par M. le professeur Klein, nous a conduit à une remarque simple, dont l'intérêt principal nous paraît être la traduction géométrique de la convergence de la fraction continue.

En désignant, comme l'auteur de l'article rappelé ci-dessus, par $\frac{p_1}{q_1}, \frac{p_2}{q_2}, \ldots$ les réduites successives de la fraction continue convergente

$$\omega = \mu_1 + \cfrac{1}{\mu_2 + \cfrac{1}{\mu_3 + \cfrac{1}{\ddots}}},$$

on connaît les formules de récurrence

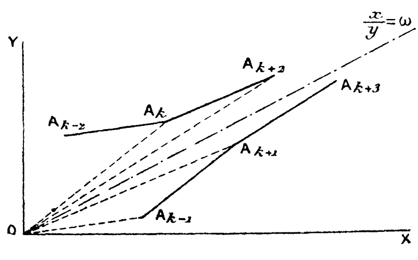
$$p_{k+1} = p_k \mu_{k+2} + p_{k-1},$$
$$q_{k+1} = q_k \mu_{k+2} + q_{k-1}.$$

L'élimination de μ_{k+2} entre ces deux formules nous fournit la relation

$$\frac{p_{k+1} - p_{k-1}}{q_{k+1} - q_{k-1}} = \frac{p_k}{q_k},$$

dont l'interprétation, dans le système de représentation de M. Klein, est celle-ci :

Chaque côté de l'un des deux polygones d'approximation est parallèle au rayon qui joint l'origine au sommet intermédiaire de l'autre polygone.



Ainsi que l'indique la figure ci-dessus, cette remarque permet de préciser singulièrement le mode de convergence des contours polygonaux qui sont, naturellement, asymptotiques à la droite $\frac{x}{y} = \omega$.