NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

ANDRÉ VICAIRE

Étude générale des lentilles épaisses au moyen de l'homographie

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 16 (1897), p. 5-8

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1897_3_16__5_0>

NOUVELLES ANNALES

DE

MATHÉMATIQUES.

[O7b]

ÉTUDE GÉNÉRALE DES LENTILLES ÉPAISSES AU MOYEN DE L'HOMOGRAPHIE;

PAR M. ANDRÉ VICAIRE [1].

La plupart des propriétés et des formules qu'on rencontre dans la théorie élémentaire des lentilles se déduisent immédiatement et avec une grande généralité de ce seul fait : un point lumineux a pour image, dans un dioptre, un seul point situé sur le même diamètre que lui ; et deux points distincts ont pour images des points distincts.

J'établis directement cette proposition, comme dans tous les cours, en supposant, bien entendu, l'ouverture du dioptre très faible. D'après cela, si l'on considère un système de dioptres ayant leurs centres sur un même axe, un point lumineux P situé sur l'axe aura pour limite un point P′ situé sur le même axe et lui correspondant homographiquement.

Soient A, A′ deux points de l'axe ; posons

$$\mathrm{AP} = x, \qquad \mathrm{A'P'} = x'.$$

---

[1] Admis le premier à l'École Polytechnique en 1896.

x et x' sont liés par une relation d'homographie

$$\alpha x x' + \beta x + \gamma x' + \delta = 0\,;$$

faisant x' infini, on en tire

$$x = -\frac{\gamma}{\alpha}.$$

Le point F correspondant à cette valeur de x est appelé *foyer*. C'est le point lumineux dont l'image est à l'infini.

De même, pour x infini,

$$x' = -\frac{\beta}{\alpha}.$$

Le point F′ correspondant est le second foyer : c'est l'image du point situé à l'infini.

D'après le principe du retour inverse, si les rayons se propageaient en sens contraire, F serait l'image du point à l'infini et F′ aurait ce point pour image.

La formule générale prend une forme plus simple, si l'on choisit des origines particulières. Prenons pour A et A′ un point et son image. Dans ce cas,

$$\delta = 0.$$

La formule a la forme bien connue

$$\alpha + \frac{\beta}{x'} + \frac{\gamma}{x} = 0.$$

Prenons pour origines les foyers $\beta = 0$, $\gamma = 0$; la formule devient

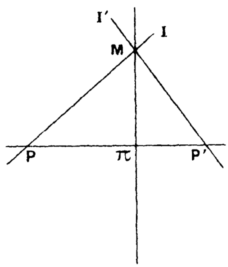
$$\alpha x x' + \delta = 0,$$

forme de Newton.

J'établis ensuite l'existence des plans principaux.

Soit PI un rayon lumineux issu du point P de l'axe. Après réfraction dans les différents dioptres du système, il sort suivant P′I′. Les deux rayons se coupent en M.

PI, P′I′ se correspondent homographiquement. Donc quand PI tourne autour de P, en restant dans le plan de la figure, le lieu de M est une conique. Cette conique se décompose, car, lorsque PI se confond avec l'axe, P′I′ se confond avec lui. L'axe fait donc partie du lieu. Le reste du lieu est une droite qui, par symétrie, est perpendiculaire à l'axe. Dans l'espace, c'est un plan perpendiculaire à l'axe. Ce plan est le plan principal relatif au point P. On réserve d'ordinaire cette dénomi-



nation aux plans relatifs au foyer F et au point à l'infini.

A un point lumineux correspond un seul plan principal. Pour la réciproque, deux cas seulement se présentent : tous les points lumineux ont même plan principal (lentilles minces); ou ils ont des plans principaux distincts (lentilles épaisses).

Supposons, en effet, que deux points P et φ aient même plan principal. Soit M un point de ce plan. Les rayons PM, φM ressortent suivant MP′, Mφ'. Donc, M est à lui-même son image. Soit R un troisième point quelconque pris sur l'axe. Le rayon RM sortira suivant MR′; M est donc un point du plan principal de R; et ce plan se confond avec celui de P et de φ.

1° *Cas des lentilles minces.* — Le point où le plan principal unique rencontre l'axe est un point double de l'homographie des points et de leurs images, puisque, d'après ce qu'on a vu plus haut, il est à lui-même son image. Soit C l'autre point double; c'est un centre optique. En effet, soient CM un rayon incident, M le point où il rencontre le plan principal. En sortant, il doit passer par C et par M; donc, il passe sans déviation.

2° *Cas des lentilles épaisses.* — Soit π le point où le plan principal de P rencontre l'axe. P et π se correspondent homographiquement. Quand π s'en va à l'infini, P vient en un point N qu'on appelle *point nodal*.

Tous les rayons passant par N ressortent parallèlement à leur direction primitive, en passant par l'image N′ de N. N′ est le second point nodal. Il joue le rôle de N quand la lumière se propage en sens inverse.

Les deux points doubles de l'homographie considérée en dernier lieu sont les points de Bravais. Il est clair qu'ils sont à eux-mêmes leurs images.

On déduit aisément de ce qui précède les constructions usuelles.