ANDRÉ VICAIRE

# Démonstration géométrique d'une propriété de la cycloïde

*Nouvelles annales de mathématiques 3e série*, tome 16 (1897), p. 430-431

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1897_3_16__430_0>

[O2e]

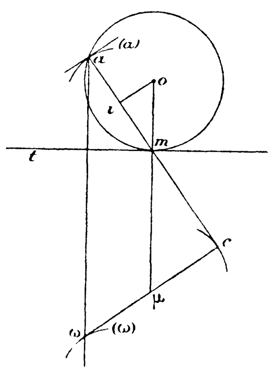
# DÉMONSTRATION GÉOMÉTRIQUE D'UNE PROPRIÉTÉ DE LA CYCLOIDE ;

PAR M. ANDRÉ VICAIRE.

*La courbe telle que la distance de chacun de ses points au centre de courbure correspondant de la développée soit constante est une cycloïde.*

Cette propriété se trouve démontrée par l'Analyse dans les *Exercices de Calcul différentiel et intégral* de Tisserand (p. 252). On peut y arriver géométriquement de la façon suivante :

Soient $c$ le centre de courbure de la courbe $(a)$, $\omega$ celui de la développée $(\omega)$. Considérons le déplace-




ment de la droite de grandeur invariable $a\omega$. Le centre instantané est le point d'intersection des normales à $(a)$ en $a$, à $(\omega)$ en $\omega$. Il est donc à l'infini et $a\omega$ se déplace parallèlement à elle-même.

D'autre part, on sait, d'après un théorème de

M. Mannheim, que la normale en $m$, milieu de $ac$, au lieu décrit par ce point, s'obtient en joignant $m$ à $\mu$ milieu de $\omega c$. Le lieu de $m$ a donc sa tangente parallèle à une direction fixe ; c'est une droite $mt$ perpendiculaire à $a\omega$.

Construisons un cercle tangent en $m$ à $mt$ et passant par $a$. Abaissons de son centre O la perpendiculaire O$i$ sur $am$. Les triangles O$im$, $ac\omega$ sont semblables ; et comme $im$ est le quart de $ac$, O$m$ rayon du cercle est donc le quart de la longueur constante $a\omega$.

Supposons que ce cercle de rayon constant se déplace en restant tangent à $mt$, de façon que $a$, point fixe de sa circonférence, décrive la courbe ($a$), ce qui est possible d'après ce qu'on vient de dire. Le centre instantané se trouve sur la normale au cercle, en $m$, point où ce cercle touche son enveloppe, et sur la normale $am$ à la trajectoire de $a$. C'est donc $m$.

Le cercle étant le lieu des centres de rotation, dans la figure mobile, roule sans glisser, sur la droite $mt$, lieu des centres de rotation dans le plan fixe.

$a$ décrit donc une cycloïde.