NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

A. MANNHEIM

Sur le tracé de l'anse de panier

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 16 (1897), p. 404-408

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1897_3_16__404_1>

[K2b]

SUR LE TRACÉ DE L'ANSE DE PANIER;

PAR M. A. MANNHEIM.

Dans la séance du 18 février 1895, Resal a fait à l'Académie des Sciences une Communication ayant pour titre : *Sur la forme de l'intrados* [1] *des voûtes en anse de panier.*

L'anse de panier est une ligne, construite au moyen d'arcs de cercles tangents, dont la forme rappelle celle de l'ellipse, et que l'on prend à la place de cette courbe

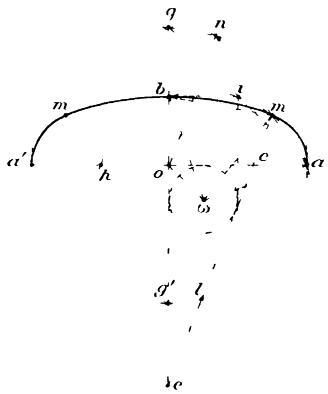
[1] L'intrados d'une voûte est la surface visible de cette voûte.

pour la section droite de la surface cylindrique qui forme l'intrados d'une voûte.

Resal rappelle que Huygens paraît être le premier qui se soit occupé du tracé de l'anse. On peut ensuite citer : Bossut, Bérard, Perronnet, Gauthey, K. Maingant, Montluisant, Michal, Revellat [1], etc.

Je vais parler seulement de l'anse formée par la réunion de trois arcs de cercles.

Comme on le voit sur la figure, l'anse se compose d'un premier arc, dont le centre est c et qui est limité



au point m, puis d'un arc mbm', dont le centre e est à la rencontre de mc et de la perpendiculaire élevée à aa' de son milieu o; enfin d'un arc $a'm'$ symétrique de am par rapport à oe, qui aboutit au point a'.

Prenons le cercle inscrit au triangle oce. Le centre ω de ce cercle est à égales distances des points b et m, puisque eb et em sont des segments égaux; de même,

---

(1) En 1873, dans les *Comptes rendus*, M. Revellat a donné la loi de formation des rayons des arcs au nombre de 11, employés par Perronnet pour le tracé de l'anse que cet habile ingénieur adopta pour les arches du pont de Neuilly.

il est à égales distances de m et de a, puisque cm et ca sont égaux. Il résulte de là que b, m, a appartiennent à une circonférence de cercle de centre ω. Ce centre est alors sur la perpendiculaire à ab, élevée du milieu de ce segment, et comme il est sur la bissectrice de l'angle eoc, il est bien déterminé, et par suite il en est de même de l'arc amb. Ainsi :

1. *Les points de contact, tels que m, des arcs que l'on peut employer pour former l'anse, appartiennent à l'arc de cercle amb* (1).

Le cercle de centre ω, inscrit dans l'angle coe, est lui-même bien déterminé, par suite :

2. *La droite des centres c des arcs de cercles que l'on peut employer pour former une anse est tangente à un cercle* (2).

Parmi les tangentes à ce cercle, il y en a une qui est parallèle à ob. Il lui correspond deux arcs dont l'un a un rayon infini et l'autre un rayon égal à ob. Il résulte de là que :

3. *La longueur du diamètre du cercle de centre ω, qui est inscrit dans l'angle coe, est égale à la différence des segments oa, ob.*

Ce cercle est donc facile à construire.

---

(1) Ceci n'est qu'une partie d'un théorème, dont j'ai donné l'énoncé complet dans le *Bulletin de la Société mathématique de France* (séance du 23 avril 1897), théorème relatif à la courbe lieu des points où se touchent les cercles de deux séries : les uns, tangents entre eux en a et les autres tangents entre eux en b, comme les cercles qui forment l'anse.

(2) M. E. Rouché avait signalé à Resal cette propriété, dont il parle dans son cours au Conservatoire des Arts et Métiers.

Ces propriétés montrent que lorsque l'arc de cercle de centre ω, et qui passe par *a* et *b*, est tracé, on peut choisir le point de raccordement *m*. On mène ensuite de ce point une tangente *mce* au cercle de centre ω et inscrit dans l'angle *eoc*, de façon que ce cercle soit inscrit dans le triangle *coe*; cette tangente étant déterminée, les centres *c*, *e* le sont aussi, et les arcs de l'anse ont pour rayons *cm*, *em*.

Le tracé d'une anse est ainsi très simple.

Sur *aa'* comme diamètre décrivons une circonférence de cercle et prenons le point de rencontre *n* de cette courbe avec la droite *am*. Menons le rayon *on*. Les triangles *mca*, *noa* sont isoscèles : la droite *mc* est alors parallèle à *no*. Les triangles *gon*, *bem* étant isoscèles, la droite *bm* est parallèle à *gn*. On voit donc que :

On obtient le point de raccordement m sur une droite arbitraire am en prenant le point de rencontre de cette droite avec la parallèle bm à gn. De ce point m on mène ensuite la droite mce parallèlement à no et l'on obtient sur oa et ob les centres c, e des arcs de rayons cm, em, qui forment l'anse (¹).

Je vais montrer qu'il est facile de retrouver les propriétés précédentes en faisant usage de ce tracé.

Lorsque *an* tourne autour de *a*, *le point m reste sur un cercle qui passe par a et b*, puisque l'angle *bma* est égal à l'angle *gna* qui est constant. On a ainsi le théorème 1.

Lorsque la droite *an* coïncide avec *ag'*, le point *m*

(¹) Huygens avait indiqué ce tracé dans le cas où le point *n* est l'extrémité du côté *an* de l'hexagone régulier inscrit dans la circonférence décrite sur *aa'* comme diamètre.

vient en g', donc *le centre* ω *du cercle amb est sur la bissectrice de l'angle* $g'oa$.

Lorsque *an* coïncide avec *ag* le point *m* vient en *i*, à une distance *bi* de *b* égale à *bg* : donc *la distance du centre* ω *à* og' *est égale à* $\frac{og - ob}{2}$ *ou* $\frac{oa - ob}{2}$.

Les cordes *lm*, *ah*, étant également inclinées sur *am*, sont égales : donc, *pour un point arbitraire m du cercle amb la distance de* ω *à ml est constante;* ceci n'est autre chose que le théorème 2.

D'après ce qui précède *cette distance constante est égale à* $\frac{oa - ob}{2}$; ceci est le théorème 3.

On voit que de cette manière, ou en employant le premier mode de démonstration, on arrive très simplement aux propriétés géométriques relatives à l'anse de panier et qui en rendent le tracé commode.