NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

Questions

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 16 (1897), p. 243-244

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1897_3_16__243_0>

QUESTIONS.

1765. On coupe, par un plan arbitraire, un ellipsoïde donné, et l'on prend la circonférence lieu des sommets des angles droits circonscrits à l'ellipse d'intersection. Lorsqu'on fait varier le plan, on obtient des circonférences qui n'occupent qu'une région déterminée de l'espace; on demande quelle est la surface qui limite cette région? (MANNHEIM.)

1766. On donne un cylindre de révolution et un cône dont l'axe de révolution est parallèle aux génératrices du cylindre. On déplace un cône de grandeur constante, dont l'axe de révolution reste parallèle aux génératrices du cylindre, de façon que son sommet décrive la courbe d'intersection du cylindre et du cône donnés. On demande quelle est l'enveloppe de la trace de ce cône mobile sur un plan de section droite du cylindre. (MANNHEIM.)

1767. Étant donné un point M de l'espace, on lui fait correspondre le point M′ qui lui est diamétralement opposé dans la sphère qui passe par ce point et par un cercle fixe Γ donné dans un plan π. Si le point M décrit une courbe (M) ou une surface [M], le point M′ décrit une courbe (M′) ou une surface [M′].

Démontrer les théorèmes suivants :

1° Si la surface [M] est une quadrique passant par le cercle Γ, la surface [M′] est aussi une quadrique passant par ce cercle.

Ces deux quadriques se coupent suivant un second cercle Γ_1 et la sphère admettant Γ_1 pour section diamétrale contient aussi le cercle Γ.

Si la surface [M] se réduit à un plan, le théorème subsiste, mais la quadrique [M′] passe alors par le point à l'infini dans la direction normale au plan du cercle Γ.

2° Si la courbe (M) est une section circulaire de la quadrique [M] dans un plan parallèle au plan π_1 du cercle Γ_1, la courbe (M′) est une section circulaire de la quadrique [M′] également dans un plan parallèle à π_1.

3° Pour des surfaces ou des courbes quelconques on a les propositions suivantes :

Les parallèles aux normales en M et en M′ aux surfaces [M] et [M′], respectivement menées par M′ et M, se coupent dans le plan π.

Les plans parallèles aux plans normaux en M et en M′ aux courbes (M) et (M′), respectivement menés par M′ et M, se coupent dans le plan π.

(Cette seconde proposition est une conséquence immédiate de la première).

Remarque. — Il résulte de là que les normales en M et en M′ aux surfaces [M] et [M′] se rencontrent, et que les plans normaux en M et en M′ aux courbes (M) et (M′) se coupent suivant une droite parallèle au plan π. (M. D'OCAGNE).

1768. L'expression

$$\begin{aligned}
A = {} & (m-1)(m-2)\ldots(m-k) - \frac{n}{1}(m-2)(m-3)\ldots(m-k-1) \\
& + \frac{n(n-1)}{1.2}(m-3)(m-4)\ldots(m-k-2) + \ldots \\
& + \frac{n}{1}(-1)^{n-1}(m-k)(m-k-1)\ldots(m-2k+1) \\
& + (-1)^n(m-k-1)(m-k-2)\ldots(m-2k)
\end{aligned}$$

est indépendante de m pour $k = n$, ou $k < n$.

Dans le premier cas, on a

$$A = 1.2.3\ldots n,$$

et dans le second

$$A = 0.$$

Ainsi l'on a

$$\begin{aligned}
& (m-1)(m-2)(m-3) - 3(m-2)(m-3)(m-4) \\
& \quad + 3(m-3)(m-4)(m-5) - (m-4)(m-5)(m-6) = 6, \\
& (m-1)(m-2)(m-3) - 2(m-2)(m-3)(m-4) \\
& \qquad + (m-3)(m-4)(m-5) = 0.
\end{aligned}$$

(GENTY.)