

C. BOURLET

Exercices de licence

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 16
(1897), p. 236-237

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1897_3_16__236_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1897, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

EXERCICES DE LICENCE;

PAR M. C. BOURLET.

I. $f(z)$ désignant une fonction holomorphe à l'intérieur d'un contour fermé simple C , et a et b deux nombres dont les affixes sont situées à l'intérieur du contour C , démontrer que l'on a

$$\int_a^b f(z) dz = \frac{1}{2i\pi} \int_C f(z) \zeta \left(\frac{z-a}{z-b} \right) dz;$$

l'intégrale du premier membre étant prise le long d'un chemin allant de a en b à l'intérieur du contour C et celle du second membre étant prise le long de ce contour C , dans le sens positif.

II. $u(z)$ désignant une fonction de la variable imaginaire z , régulière à l'intérieur d'un cercle C ayant l'origine O pour centre, et z désignant un point quelconque situé à l'intérieur de ce cercle, démontrer que, si l'on pose

$$u_{-1} = \int_0^z u(z) dz,$$

$$u_{-2} = \int_0^z u_{-1} dz,$$

.....,

$$u_{-p} = \int_0^z u_{-(p-1)} dz,$$

ces intégrales étant prises le long de chemins situés à

l'intérieur du cercle C, on a

$$u_{-p} = \frac{1}{(p-1)!} \left[\frac{1}{p} x^p u - \frac{1}{p+1} \frac{x^{p+1}}{1} \frac{du}{dz} + \dots \right. \\ \left. + (-1)^m \frac{1}{m+p} \frac{x^{m+p}}{m!} \frac{d^m u}{dz^m} + \dots \right].$$

III. $P(x)$ étant un polynome entier de degré m , démontrer que l'équation différentielle linéaire

$$\frac{P^{(m)}(kx)}{m!} \frac{d^m y}{dx^m} + \frac{P^{(m-1)}(kx)}{(m-1)!} \frac{d^{m-1} y}{dx^{m-1}} + \dots \\ + \frac{P'(kx)}{1!} \frac{dy}{dx} + P(kx)y = 0,$$

où k désigne une constante et $P'(x)$, $P''(x)$, ..., $P^{(m)}(x)$ les dérivées de $P(x)$, se ramène à une équation linéaire à coefficients constants, en z , en posant

$$y = ze^{-\frac{kx^2}{2}}.$$