CH. BIOCHE

Sur les surfaces qui ont pour génératrices les cordes d'une cubique gauche

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 16 (1897), p. 168-169

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1897_3_16__168_1>

[$M^3 5a$]

SUR LES SURFACES QUI ONT POUR GÉNÉRATRICES LES CORDES D'UNE CUBIQUE GAUCHE;

PAR M. CH. BIOCHE.

1. Il est facile d'obtenir l'équation générale des surfaces réglées dont les génératrices sont les cordes d'une cubique gauche. Soient

$$Q = 0, \qquad Q' = 0, \qquad Q'' = 0$$

les équations de trois quadriques contenant la cubique, les équations

$$(1) \qquad Q' = \lambda Q, \qquad Q'' = \mu Q$$

représentent deux quadriques qui se coupent suivant la cubique considérée et une corde quelconque de cette cubique. Un raisonnement classique conduit à voir que l'équation générale des surfaces engendrées par une corde s'obtient en éliminant λ et μ entre les équations (1) et une équation de condition en λ et μ. Autrement dit, l'équation cherchée est

$$(2) \qquad F(Q, Q', Q'') = 0,$$

F étant une fonction homogène.

2. Si F est de degré K en Q, Q', Q'', l'équation (2) est de degré 2K. La cubique est ligne multiple d'ordre K sur la surface correspondante; car, si l'on prend pour

origine un point de la cubique, l'équation de la surface n'a évidemment pas de termes de degré inférieur à K.

Inversement, si une surface d'ordre $2K$ admet une cubique gauche comme ligne de degré de multiplicité K, cette surface est engendrée par des cordes de la cubique; car par chaque point de la surface passe une corde de la cubique, et cette corde a $2K+1$ points en évidence sur la surface.

En particulier, pour $K=2$, on retrouve la surface lieu des cordes appartenant à un complexe linéaire.

3. La relation entre le degré de multiplicité de la cubique et l'ordre d'une surface dont les génératrices seraient des cordes de la cubique, peut permettre de déterminer l'ordre de certaines surfaces. Ainsi la surface lieu des cordes qui sont divisées harmoniquement par une quadrique admet la cubique comme ligne triple, puisque par chaque point passent les cordes qui joignent ce point aux points d'intersection de son plan polaire avec la cubique. La surface est donc du sixième ordre.