Nouvelles annales de mathématiques

Bibliographie

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 15 (1896), p. 571-576

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1896_3_15__571_1>

BIBLIOGRAPHIE.

Cours de Géométrie descriptive et de Géométrie infinitésimale, par *Maurice d'Ocagne,* Ingénieur des Ponts et Chaussées, Professeur à l'École des Ponts et Chaussées, Répétiteur à l'École Polytechnique. Paris, Gauthier-Villars et fils.

L'Ouvrage publié par M. d'Ocagne est le développement du Cours que l'Auteur professe aux élèves de l'Année préparatoire de l'École des Ponts et Chaussées. Ce Cours comprend toute la partie purement géométrique de l'enseignement théorique donné à ces élèves.

L'auteur, avec raison, a cru nécessaire de séparer complètement ce qui se rattache au mode de représentation des corps géométriques de ce qui a trait à leurs propriétés intrinsèques. De là, dans le Cours, deux grandes divisions auxquelles correspondent dans l'Ouvrage deux Parties distinctes : *Géométrie descriptive* et *Géométrie infinitésimale.*

Le temps strictement limité dont il dispose pour son enseignement oral oblige l'auteur à en bannir tout ce qui n'est pas indispensable aux élèves, qui doivent avant tout être mis en mesure d'effectuer les divers travaux graphiques que comporte leur programme d'études. Dans le livre, il lui était loisible de s'étendre davantage; il en a profité pour essayer de grouper dans un exposé d'ensemble toutes les notions géométriques de nature à intéresser les ingénieurs.

La première Partie de l'Ouvrage (quatre Chapitres) se rapporte à la *Géométrie descriptive;* nous ne nous en occuperons pas ici et nous limiterons notre analyse à la deuxième Partie, qui traite de la *Géométrie infinitésimale.*

Pour bien saisir le plan de l'Auteur, il importe de savoir que les principales questions de la Géométrie infinitésimale sont traitées à l'École des Ponts et Chaussées comme applications du Cours d'Analyse mathématique. Aussi l'Auteur ne s'est-il pas astreint à reprendre par les méthodes de la Géométrie les questions qui, se traitant plus simplement par l'Analyse, sont traditionnellement rattachées à cette science à titre d'applications. Il s'est borné, le cas échéant, à rappeler les résultats ainsi obtenus, s'efforçant, autant que possible, de ne faire intervenir la Géométrie que là où le concours qu'elle prête à l'Analyse — qui reste le moyen le plus puissant d'investigation — comporte des avantages spéciaux. C'est ainsi, par exemple, que chaque fois qu'il s'agit d'obtenir ce qu'on appelle des *constructions,* l'emploi de la Géométrie pure conduit généralement, par des voies plus directes, à des solutions plus élégantes.

L'Auteur s'est proposé, et il faut reconnaître qu'il y a pleinement réussi, de mettre en évidence quelques principes généraux dont les applications découlent ensuite avec facilité. Cette méthode d'exposition l'a conduit à apporter dans les matières qu'il traite une classification plus méthodique que celle qu'on rencontre dans d'autres Ouvrages.

Abordons maintenant, avec quelque détail, l'analyse de la *Géométrie infinitésimale*. Elle s'ouvre par un petit préambule qui a pour but : 1° de donner quelques explications indispensables sur les éléments infinitésimaux envisagés par la suite, de façon à attribuer aux formules infinitésimales obtenues géométriquement la même rigueur qu'à celles auxquelles on est conduit par l'Analyse ; 2° de définir ce qu'on peut entendre par la Géométrie des figures variables, indépendamment de toute idée de déplacement.

Dans le Chapitre V, consacré aux *Courbes planes*, l'Auteur prend comme point de départ certaines formules qui sont empruntées au cours de M. Mannheim, et qui se rattachent à la formule classique donnant la différentielle de la longueur d'un segment de droite, dont les extrémités décrivent des courbes données. Ces formules, envisagées au point de vue défini dans le préambule, sont démontrées avec le souci de l'évaluation rigoureuse de l'ordre des infiniment petits négligés et du signe des éléments qui interviennent. Cette manière de faire conduit, entre autres, à un exposé purement géométrique de la méthode du centre instantané de rotation créée par Chasles. Les nombreuses applications données dans ce Chapitre sont, sauf celle qui concerne les centres de courbure des coniques, extraites des travaux personnels de l'Auteur ; citons : 1° un théorème sur la détermination des normales, généralisant le théorème connu sur la construction des normales aux courbes et aux surfaces définies par une relation entre les distances de chacun de leurs points à des courbes et surfaces fixes ; 2° l'étude de l'enveloppe d'une corde d'une courbe vue d'un point fixe sous un angle constant ; 3° les propriétés de l'enveloppe d'une droite dont les distances à une courbe donnée sont liées par une relation ; 4° l'étude d'une courbe (courbe adjointe des directions normales) que l'Auteur déduit d'une ligne donnée, de telle façon que les éléments infinitésimaux d'un ordre quelconque de la ligne donnée se déduisent des éléments infinitésimaux d'un ordre moindre de la courbe adjointe. Ce Chapitre se termine par une application cinématique conduisant à la théorie de l'inverseur Peaucellier.

Le Chapitre VI contient la théorie des courbes gauches : plan osculateur, courbure, torsion, sphère osculatrice, avec applications d'abord aux hélices quelconques, puis à l'hélice circulaire; nous signalerons ici une élégante démonstration de ce théorème que la projection oblique de l'hélice circulaire, sur un plan perpendiculaire à l'axe du cylindre, est une cycloïde ordinaire, allongée ou raccourcie, suivant les cas.

Les propriétés générales des *Surfaces* occupent tout le Chapitre VII. Dans le § 1, qui se rapporte aux plans tangents et aux normales, signalons une démonstration très élémentaire du théorème de Malus. Dans le § 2, l'Auteur étudie les éléments qui se rattachent à la courbure des lignes tracées sur une surface à partir d'un point. Envisageant d'abord le *sens* de la courbure, il introduit la notion de l'indicatrice de Dupin. Il passe ensuite à l'étude de la *grandeur* de la courbure; ce n'est qu'après avoir établi la formule pour une courbe gauche quelconque qu'il ramène la question, par les théorèmes de Meusnier et d'Euler, à la détermination des rayons de courbure principaux et qu'il rattache les variations de la grandeur de la courbure à la considération de l'indicatrice. Il donne, à titre de corollaire, une détermination extrêmement simple du rayon de courbure du contour apparent d'une surface. Ensuite, sont introduites les notions des axes de courbure (avec le théorème de Sturm) et de la déviation (avec les formules de M. J. Bertrand et d'Ossian Bonnet). Il dit enfin quelques mots de la mesure de la courbure de la surface en un point, en signalant même la définition nouvelle proposée par M. Casorati. Dans le § 3, l'Auteur passe aux propriétés relatives aux éléments non plus seulement pris autour d'un point, mais répandus sur toute l'étendue de la surface. Il commence par définir la courbure et la torsion géodésiques en écrivant les formules fondamentales relatives à ce dernier élément, qui sont une conséquence immédiate de celles précédemment démontrées à propos de la déviation. Cela permet d'introduire, par un procédé tout élémentaire, la théorie géométrique des lignes de courbure, fondée sur la considération de la torsion géodésique, et d'établir, d'une façon simple et élégante, le théorème de Dupin sur les systèmes triples de surfaces orthogonales.

L'Auteur passe ensuite aux lignes asymptotiques, qu'il définit comme les lignes dont le plan osculateur est tangent à la surface; le théorème de Meusnier étant illusoire pour ces lignes, l'Auteur donne le théorème de Beltrami pour déterminer la courbure d'une ligne asymptotique; il en détermine également la torsion par un théorème d'Enneper.

Viennent enfin les lignes géodésiques : après avoir démontré leur propriété essentielle et en avoir déduit quelques corollaires propres à faire ressortir la pleine analogie de ces lignes avec les droites d'un plan, l'Auteur dit quelques mots des coordonnées curvilignes afin de pouvoir, en se fondant sur la notion des lignes géodésiques, définir l'applicabilité des surfaces les unes sur les autres. Chemin faisant, il donne, dans un court résumé historique, une idée de l'importante théorie des surfaces minima.

Le Chapitre VIII, qui termine l'Ouvrage, est réservé aux *Surfaces de nature spéciale.* Après un court paragraphe sur les surfaces enveloppes de sphères et plus particulièrement sur les surfaces de révolution, on aborde l'étude des surfaces gauches. Le caractère spécial de cette étude, telle qu'elle est présentée par l'Auteur, tient surtout à la considération du signe du paramètre de distribution, qui permet de donner une entière précision aux tracés que comportent tous les problèmes traités, notamment à ceux dont la solution est fondée sur l'emploi du point représentatif. Pour la construction des plans tangents aux surfaces gauches à plan directeur, l'Auteur a recours à un procédé particulier, dit des *tangentes orthogonales.* L'étude des surfaces gauches à cône directeur de révolution est présentée sous une forme nouvelle, rendue rigoureuse grâce à la considération des signes. Pour les hélicoïdes gauches à noyau cylindrique quelconque, l'Auteur détermine, par des constructions linéaires, l'indicatrice en tout point, ce qui, semble-t-il, n'avait pas encore été fait. L'application des résultats précédents aux hélicoïdes à noyau cylindrique de révolution, et notamment aux surfaces de vis, fait ressortir, en supprimant toute espèce d'aléa dans les tracés, la nécessité qu'il y avait d'introduire la considération du signe dans cette théorie. Enfin le § 3 est consacré aux *Surfaces développables*, qui apparaissent ainsi comme un cas particulier des surfaces réglées, alors qu'on est plutôt dans l'habitude d'en faire l'objet d'une étude à part précédant la théorie générale.

D'après ce résumé, l'Ouvrage de M. d'Ocagne sera consulté avec fruit, non seulement par les Ingénieurs auxquels il fournira des méthodes de construction simples et rigoureuses, mais aussi par les étudiants des Facultés, qui y trouveront de nombreux exercices d'une grande élégance. P. Appell.