Nouvelles annales de mathématiques

Eugène Fabry

Sur les intégrales de Fresnel

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 15 (1896), p. 504-505

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1896_3_15__504_0>

[E5]

SUR LES INTÉGRALES DE FRESNEL;

PAR M. EUGÈNE FABRY.

Dans le numéro d'août de ce Journal, M. Jamet donne une méthode simple et rigoureuse pour résoudre la question suivante : Démontrer que l'intégrale $\int e^{-z^2}dz$, prise le long d'un arc égal à $\frac{\pi}{4}$, sur une circonférence ayant pour centre l'origine, à partir du point $z = \text{R}$, tend vers zéro lorsque le rayon de la circonférence augmente indéfiniment.

On peut arriver au même résultat par la méthode suivante, qui me paraît plus simple et plus directe. L'intégrale considérée

$$\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\text{R}\, i e^{\theta i}\, d\theta}{e^{\text{R}^2(\cos 2\theta + i \sin 2\theta)}}$$

a un module plus petit que

$$\text{R}\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{d\theta}{e^{\text{R}^2\cos 2\theta}}.$$

Décomposons cette intégrale en deux parties, en choisissant un arc θ_0 fixe compris entre o et $\frac{\pi}{4}$. On a

$$\text{R}\int_0^{\theta_0} \frac{d\theta}{e^{\text{R}^2\cos 2\theta}} < \text{R}\frac{\theta_0}{e^{\text{R}^2\cos 2\theta_0}}$$

et

$$R\int_{\theta_0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{d\theta}{e^{R^2\cos 2\theta}} < R\int_{\theta_0}^{\frac{\pi}{4}} \frac{d\theta}{e^{R^2\cos 2\theta}}\,\frac{\sin 2\theta}{\sin 2\theta_0}$$
$$= \frac{1 - e^{-R^2\cos 2\theta_0}}{2R\sin 2\theta_0} < \frac{1}{2R\sin 2\theta_0};$$

on voit que ces deux parties tendent vers o avec $\frac{1}{R}\cdot$