

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 15
(1896), p. 432-434

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1896_3_15__432_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1896, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

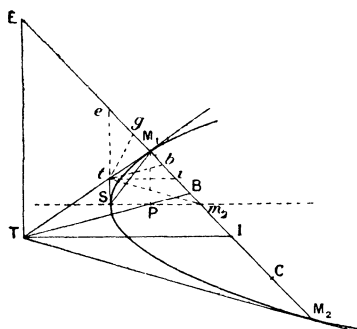
Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CORRESPONDANCE.

M. M. (Paris). — Dans son Travail *Sur les cordes normales de la parabole*, qui vient de paraître, p. 274, M. d'Ocagne trouve par le calcul quelques propriétés qu'on peut établir ainsi par la Géométrie.

Soit $M_1 M_2$ une corde normale en M_1 à une parabole de sommet S . Les tangentes en M_1, M_2 se rencontrent



en T et $M_1 M_2$ coupe en m_2 l'axe de la parabole. La droite TI , parallèle à l'axe, passe par le point I milieu de $M_1 M_2$.

La tangente au sommet S coupe $M_1 T$ en t et la parallèle à l'axe menée de ce point passe par le point i milieu de $M_1 m_2$. De là, puisque les triangles $tM_1 i, TM_1 I$ sont semblables, il résulte que tm_2 est parallèle à TM_2 . L'angle $m_2 t M_1$ est donc égal à l'angle que font entre elles les tangentes TM_1, TM_2 ; mais les points $S, t, M_1,$

m_2 étant sur une circonférence de cercle, l'angle $m_2 t M_1$ est égal à l'angle $m_2 S M_1$; donc, l'angle compris entre les tangentes $T M_1, T M_2$ est égal à l'angle de $S M_1$ et de l'axe de la parabole.

Il résulte d'une propriété due à Ribaucour (1) que la perpendiculaire $T E$ à l'axe rencontre $M_1 M_2$ en un point E tel que $M_1 E$ est égal au rayon de courbure $M_1 C$ de la parabole en M_1 .

Abaissons la perpendiculaire $M_1 P$ sur l'axe. On a

$$\frac{E M_1 \text{ ou } M_1 C}{M_1 M_2} = \frac{e M_1}{M_1 m_2} = \frac{S P}{P m_2},$$

ce qui montre que le rapport du rayon de courbure en M_1 à la corde normale correspondant à ce point est égal au rapport de l'abscisse de M_1 au paramètre de la parabole.

On demande de trouver la corde normale qui détache sur la parabole l'arc de longueur minimum.

Supposons que $M_1 M_2$ soit cette corde. Pour un déplacement infiniment petit de cette droite, qui reste normale à la parabole, les arcs compris entre M_1, M_2 et leurs positions nouvelles sont égaux; on a alors $M_1 T \times M_1 C = M_2 T \times M_2 C$ (2). Ceci montre que le centre de courbure C est, par rapport à I , le symétrique du point B où la bissectrice de l'angle $M_2 T M_1$ coupe $M_1 M_2$, ou encore que $M_2 B = M_1 C = M_1 E$. Menons $t b$ parallèlement à $T B$; il résulte de ce que nous venons de trouver que $m_2 b = M_1 e$.

La perpendiculaire $t g$ à $t m_2$ passe par le milieu de $M_2 e$; on doit donc avoir $m_2 b = 2 M_1 g$.

Il résulte de là facilement que $b M_1 = M_1 g$ et que l'angle $m_2 t M_1$ est égal à 60° . On peut dire alors : Pour

(1) *Principes et développement de Géométrie cinématique*, p. 445.

(2) *Loc cit.*, p. 51, formule (III').

le pied M_1 de la corde qui détache sur la parabole un arc de longueur minimum, le rayon de courbure de la parabole est les deux tiers de cette corde; ou encore : l'abscisse de M_1 est les deux tiers du paramètre de la parabole, et enfin que la droite SM_1 fait avec l'axe un angle de 60° .
