

Concours général de 1896

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 15 (1896), p. 381-382

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1896_3_15__381_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1896, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CONCOURS GÉNÉRAL DE 1896.

Mathématiques élémentaires.

Soit OAB un triangle rectangle en O; soient AA', BB' les bissectrices intérieures des angles aigus A et B; on demande de calculer les côtés OA = x, OB = y, AB = z de ce triangle, connaissant les longueurs OA' = a, OB' = b, et de démontrer le résultat suivant :

En supposant entiers les nombres a, b, pour que les nombres x, y, z soient aussi entiers, il faut et il suffit que l'un des nombres a, b soit de la forme

$$2p^2(q-p)(2p-q)^m,$$

l'autre étant de la forme

$$q^2(q-p)(2p-q)^m,$$

p, q, m sont des nombres entiers positifs, vérifiant la condition

$$2p > q > p.$$

Mathématiques spéciales.

On donne une ellipse E qui, rapportée à ses axes, a pour équation $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - 1 = 0$.

1° On considère des ellipses S dont les axes coïncident en position avec ceux de l'ellipse E et ont 2A, 2B pour longueur. Trouver la relation qui doit lier A, B pour que l'on puisse inscrire dans E une infinité de triangles PQR circonscrits à S et, dans ces conditions, trouver le lieu des sommets des rectangles formés par les tangentes aux ellipses S en leurs sommets.

Montrer que, dans ces mêmes conditions, les normales à E aux points P, Q, R concourent en un point N.

2° Examiner si les ellipses S, obtenues au n° 1°, représentent

toutes les ellipses concentriques à E , et telles qu'on puisse inscrire dans E une infinité de triangles PQR , circonscrits à S , les normales à F aux points P, Q, R étant concourantes.

3° Montrer que, parmi les ellipses S , il y en a pour lesquelles les normales PN, QN, RN aux points P, Q, R de l'ellipse E passent respectivement par les pôles P', Q', R' par rapport à E des côtés QR, RP, PQ des triangles PQR .

4° S satisfaisant aux conditions énoncées au n° 3°, trouver le lieu des centres des cercles conjugués aux triangles P', Q', R' , l'enveloppe de ces cercles et le lieu des points de rencontre N des normales PN, QN, RN à l'ellipse E .