Questions

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 15 (1896), p. 295-296

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1896_3_15__295_1>

QUESTIONS.

1731. Soient n et $k \leqq n$ deux nombres entiers positifs et posons, en désignant par $E\left(\frac{n}{k}\right)$ le plus grand nombre qui ne surpasse pas $\frac{n}{k}$,

$$\frac{n}{k} = E\left(\frac{n}{k}\right) + \theta_k,$$

en sorte que

$$0 \leqq \theta_k < 1.$$

Démontrer que l'expression

$$\sqrt[n]{(1-\theta_1)(1-\theta_2)(1-\theta_3)\dots(1-\theta_n)},$$

converge vers une limite déterminée pour $n = \infty$, limite qu'on peut exprimer par le produit infini

$$\prod_{2}^{\infty} \left(1 - \frac{1}{n}\right)^{\frac{1}{n}},$$

et dont la valeur numérique est

$$0,4545101352\ldots.$$

1732. Étant donné un triangle ABC, rectangle en A ; sur les trois côtés $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$, pris comme diamètres, on décrit les circonférences πa, πb, πc. Les trois demi-circonférences supérieures comprennent entre elles deux lunules, que nous désignons par l et l' ; les trois demi-circonférences inférieures forment entre elles un triangle curviligne et un segment biconvexe, que nous représentons par t et s.

Prouver que :

1° La somme $l + l'$ des deux lunules est équivalente à la surface $\frac{1}{2}bc$ du triangle rectangle (théorème connu d'Hippocrate de Chio) ;

2° La différence $t - s$ entre le triangle curviligne et le segment biconvexe est aussi équivalente à la même surface $\frac{1}{2}bc$;

3° Les centres de gravité des deux surfaces $l + l'$, $t - s$ sont situés sur la perpendiculaire élevée par le milieu de l'hypoténuse a, symétriquement placés par rapport à cette droite, et à une distance d'elle égale au huitième $\frac{1}{8}\pi a$ de la circonférence décrite sur l'hypoténuse comme diamètre.

(G. Dostor.)