

Solutions de questions proposées

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 15
(1896), p. 247-248

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1896_3_15__247_0

© Nouvelles annales de mathématiques, 1896, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SOLUTIONS DE QUESTIONS PROPOSÉES.

Question 1671.

(1894, p. 37.)

On considère une courbe quelconque, son centre de courbure C en un point M quelconque de la courbe, puis le centre de courbure C_1 correspondant au point C de la première développée, puis encore le centre de courbure C_2 correspondant au point C_1 de la seconde développée, et ainsi de suite jusqu'au centre C_n . On sait que si les coordonnées x et y de C sont des fonctions d'un paramètre t , il en est de même de coordonnées x_n et y_n d'un quelconque des centres de courbure. Montrer que l'expression

$$\frac{dx_n^2 + dy_n^2}{dx_n d^2 y_n - dy_n d^2 x_n}$$

conserve la même valeur pour les coordonnées de l'un quelconque des centres de courbure successifs.

(E.-N. BARIÉSIEN.)

SOLUTION

Par M. G. TZITZEICA.

Considérons les centres C_p, C_{p+1} : soient R_p, R_{p+1} les rayons de courbure correspondants. On a

$$R_p = \frac{(dx_p^2 + dy_p^2)^{\frac{3}{2}}}{dx_p d^2 y_p - dy_p d^2 x_p},$$

$$R_{p+1} = \frac{(dx_{p+1}^2 + dy_{p+1}^2)^{\frac{3}{2}}}{dx_{p+1} d^2 y_{p+1} - dy_{p+1} d^2 x_{p+1}},$$

d'où

$$\frac{dx_p^2 + dy_p^2}{dx_p d^2 y_p - dy_p d^2 x_p} = \frac{R_p}{(dx_p^2 + dy_p^2)^{\frac{1}{2}}} = \frac{R_p}{ds_p}$$

et

$$\frac{dx_{p+1}^2 + dy_{p+1}^2}{dx_{p+1} d^2 y_{p+1} - dy_{p+1} d^2 x_{p+1}} = \frac{R_{p+1}}{ds_{p+1}}.$$

Le théorème énoncé revient à la démonstration de l'éga-

lité

$$\frac{R_p}{ds_p} = \frac{R_{p+1}}{ds_{p+1}},$$

relation connue [voir E. PICARD ⁽¹⁾, vol. I, p. 330].