

C.-E. BICKMORE

Sur les fractions décimales périodiques

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 15
(1896), p. 222-227

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1896_3_15__222_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1896, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

[11] SUR LES FRACTIONS DÉCIMALES PÉRIODIQUES;

PAR M. C.-E. BICKMORE M. A., New College, Oxford.

Dans le tome XIV des *Nouvelles Annales*, p. 115-117, on trouve un Tableau des facteurs de $10^k - 1$, dénominateur d'une fraction décimale qui a une période de k chiffres, pour des valeurs entières de k entre 0 et 61, ou plutôt des facteurs numériques du quotient de cette expression par le plus petit multiple commun de tous ses facteurs algébriques, $10^f - 1$, f étant sous-multiple de k .

A part quelques erreurs typographiques, on doit faire d'autres corrections dans le Tableau.

Pour trois valeurs de k : 45, 50, 60, l'auteur, le Dr Loeff de Gotha, n'a pas divisé par tous les facteurs algébriques; dans ces trois cas, il faut diviser les facteurs donnés dans le Tableau par 3, 9091, 10000000001, respectivement. En outre, le Dr Reuschle de Stuttgart, dans son Ouvrage : *Mathematische Abhandlung* de l'année 1856, a donné plusieurs facteurs numériques, non trouvés par le Dr Loeff; et M. W. Shanks, dans les *Proceedings of the Royal Society of London*, t. XXII, p. 382-384, a publié un Tableau des facteurs de $10^k - 1$ continué jusqu'à $k = 100$.

Dans le *Messenger of Mathematics* de l'année 1895, j'ai donné quelques grands facteurs pour les valeurs de k , 60 et 100; et j'ai remarqué que, pour la valeur 90, il faut diviser par 19 le nombre donné dans le Tableau de M. Shanks.

Ce Tableau donne aussi une valeur incorrecte pour $k = 80$.

Le *Programm n° 67 des Königlichen Prinz-Heinrichs-Gymnasiums in Berlin* de 1895, par Herr Bork, contient, comme appendice, un Tableau calculé par le Dr Kessler de Wiesbade, qui donne toutes les valeurs de q plus grand que 2, $\frac{p-1}{q}$ étant la moindre valeur de x , qui satisfait à la congruence exponentielle

$$10^x \equiv 1 \pmod{p},$$

où p est un nombre premier moins grand que 100000.

A l'aide de ce Tableau, j'ai trouvé des facteurs additionnels pour les huit valeurs de k : 29, 55, 63, 72, 77, 87, 95, 100; mais on doit observer que tous ces facteurs (si l'on excepte 98641, facteur de $10^{72} - 1$) pourraient

être déterminés à l'aide des calculs, qui n'ont jamais été publiés, de l'illustre D^r Salmon, Provost de *Trinity College*, Dublin.

Le Tableau suivant a été calculé d'après une comparaison de tous les autres Tableaux cités.

Les * indiquent que la résolution est complète, selon les calculs des auteurs des Tableaux.

Lorsque $k = 3, 9, 22, 42$, etc., on ajoute les facteurs 3, 11, 7, etc.; parce que ces nombres-ci divisent exactement le quotient de $10^k - 1$ par le plus petit multiple commun de tous ses facteurs algébriques. Si k est un nombre premier, on a, pour le facteur algébrique réduit de $10^k - 1$, le nombre formé en écrivant le chiffre 1 k fois successivement; ce nombre-ci est un nombre premier, si $k = 2$ et (selon le D^r Loeff) si $k = 23$; on n'en a trouvé aucun facteur numérique pour les valeurs suivantes de k : 17, 19, 37, 47, 59, 67, 71, 73, 83, 89, 97.

Pour plus de renseignements on peut voir, dans le *Messenger of Mathematics*, l'essai *On the numerical factors of $a^n - 1$* par l'auteur de cette Note.

Tableau des facteurs de $10^n - 1$.

n .	
*1	3 ² .
*2	11.
*3	3.37.
*4	101.
*5	41.271.
*6	7.13.
*7	239.4649.
*8	73.137.
*9	3.333667.
*10	9091.
*11	21649.513739.
*12	9901.
*13	53.79.265371653.

n.

- *14 909091.
- *15 31.2906161.
- *16 17.5882353.
- 17 inconnu.
- *18 19.52579.
- 19 inconnu.
- *20 3541.27961.
- *21 43.1933.10838689.
- *22 11.23.4093.8779.
- *23 nombre premier.
- *24 99990001.
- 25 21401.25601.182521213001.
- *26 859.1058313049.
- 27 3.757.44033465477631.
- *28 29.281.121499449.
- 29 3191.16763.43031.62003.77843839397.
- *30 211.241.2161.
- 31 2791.398105020104303515267327521.
- *32 353.449.641.1409.69857.
- 33 67.1344628210113298373.
- *34 103.4013.21993833369.
- 35 71.12676184367477604353521.
- *36 999999000001.
- 37 inconnu.
- 38 9090909090909091.
- 39 90090090090090909091.
- 40 9999000099990001.
- 41 83.1231.108748016708045287024077898379328307.
- *42 7.127.2689.459691.
- 43 173.6422607578676942838792549775208734746307.
- 44 89.1112470797641561909.
- 45 9990000099900099990001.
- 46 47.139.2531.549797184491917.
- 47 inconnu.
- 48 9999999000000001.
- 49 100000010000000100000010000000100000010000001.
- 50 251.5051.78875943472201.
- 51 613.146965889217112709610099495907.
- 52 521.1900381976777332243781.

