

E. AMIGUES

**Démonstration d'un théorème relatif
aux fonctions symétriques**

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 14
(1895), p. 494-496

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1895_3_14__494_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1895, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

**DÉMONSTRATION D'UN THÉORÈME RELATIF
AUX FONCTIONS SYMÉTRIQUES;**

PAR M. E. AMIGUES.

Si le quotient de deux polynomes en a et b est fonction symétrique de a et de b et si, en outre, ces polynomes n'ont aucun diviseur commun en a , ni aucun diviseur commun en b , chacun d'eux est une fonction symétrique de a et de b .

Soient $f(a, b)$ et $\varphi(a, b)$ ces polynomes. On a, par

hypothèse,

$$\frac{f(a, b)}{\varphi(a, b)} = \frac{f(b, a)}{\varphi(b, a)};$$

on peut écrire

$$(1) \quad \frac{f(a, b) \varphi(b, a)}{\varphi(a, b)} = f(b, a).$$

Le second membre étant un polynome en a , il doit en être de même du premier membre. Ainsi, le polynome en a qui est au dénominateur doit diviser celui qui est au numérateur; mais il est premier avec le facteur $f(a, b)$: il doit donc diviser $\varphi(b, a)$. On a donc

$$(2) \quad \varphi(b, a) = K \varphi(a, b),$$

K étant un polynome en a .

En vertu de l'égalité (2), l'égalité (1) devient

$$(3) \quad f(b, a) = K f(a, b).$$

Il résulte de là que le polynome en a qu'on appelle K se réduit à une constante, sans quoi $f(b, a)$ et $\varphi(b, a)$ auraient un diviseur commun en a , ce qui revient à dire que $f(a, b)$ et $\varphi(a, b)$ auraient un diviseur commun en b , ce qui est contraire à l'hypothèse.

Mais, puisque K ne contient pas a , en faisant $a = b$ dans les égalités (2) et (3), K ne changera pas de valeur. On aura ainsi

$$(4) \quad \varphi(b, b) = K \varphi(b, b),$$

$$(5) \quad f(b, b) = K f(b, b).$$

mais on n'a pas simultanément

$$f(b, b) = 0,$$

$$\varphi(b, b) = 0.$$

Sans quoi les polynomes en a ,

$$f(a, b), \quad \varphi(a, b)$$

(496)

auraient un diviseur commun $(a - b)$. Donc, l'une au moins des égalités (4) et (5) donne

$$K = 1,$$

et alors les formules (2) et (3) sont l'expression du théorème à démontrer.