Concours d'admission à l'École centrale en 1893 (première session)

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 12 (1893), p. 321-325

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1893_3_12__321_1>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE CENTRALE EN 1893 (PREMIÈRE SESSION).

Géométrie analytique.

Étant donnés deux axes rectangulaires et sur l'axe des x deux points A, B dont les abscisses sont a et b, sur l'axe des y un point C dont l'ordonnée est c, on considère le faisceau des hyperboles équilatères qui passent par les trois points A, B, C.

1° Former l'équation de celle de ces hyperboles qui a une asymptote dont le coefficient angulaire est un nombre donné λ, et former l'équation de cette asymptote.

Par un point quelconque du plan on peut mener une ou trois droites telles que chacune soit une asymptote d'une des hyperboles considérées. Former l'équation du lieu des points par lesquels passent trois droites qui satisfont à cette condition, et qui de plus sont telles que deux d'entre elles sont rectangulaires. Construire ce lieu, indiquer les points où il rencontre les côtés du triangle ABC; puis, prenant un point quelconque M sur ce lieu, trouver le centre de chacune des hyperboles considérées qui a une asymptote passant par ce point M.

2° Former l'équation de celle des hyperboles considérées qui a un axe dont le coefficient angulaire est un nombre donné μ, et former l'équation de cet axe.

Par un point quelconque du plan on peut mener une ou trois droites telles que chacune soit un axe d'une des hyperboles considérées.

Former l'équation du lieu des points par lesquels passent trois droites qui satisfont à cette condition, et qui de plus sont telles que deux de ces droites ont des coefficients angulaires égaux et de signes contraires. Construire la ligne représentée par cette équation; et, sur cette ligne, limiter les parties sur lesquelles doit être un point pour que, par ce point, passent *trois droites réelles* satisfaisant aux conditions de l'énoncé.

Calcul trigonométrique.

Calculer les côtés et les angles d'un triangle dont on donne les médianes α, β, γ, issues respectivement des sommets A, B, C du triangle

$$\begin{aligned} \alpha &= 120000, \\ \beta &= 90000, \\ \gamma &= 60000. \end{aligned}$$

Physique.

I. Un thermomètre pesant A grammes ne pèse plus que B grammes dans l'eau. Déduire de ces données le poids approximatif de mercure qu'il contient.

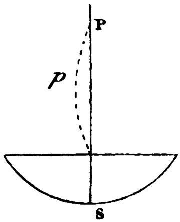
Application numérique :

Poids spécifique du mercure...... $\delta = 13,6$
Poids spécifique du verre......... $d = 2,4$

$$A = 23^{gr},76, \qquad B = 20^{gr},04.$$

II. Dans un miroir concave de rayon R dont l'axe est vertical on a versé un liquide. Sur l'axe à distance p est une source monochromatique P; l'indice du liquide pour les radiations qu'elle émet est n.

On demande d'établir la formule qui permet de calculer la distance p' à laquelle se formera le foyer conjugué P′ du



point P pour les rayons centraux, le système optique étant supposé sans épaisseur.

Chimie.

I. Des propriétés chimiques du chlore. Insister tout spécialement sur les réactions d'addition, de substitution et d'oxydation données par ce métalloïde.

II. Établir la formule de l'acide chlorhydrique. Vérifier la formule trouvée par la considération du poids moléculaire, connaissant la densité 1,27 du gaz chlorhydrique.

Épure.

L'axe d'un cône de révolution supposé plein est situé dans le plan horizontal de projection; on considère les deux demi-nappes de ce cône situées au-dessus du plan horizontal et limitées à des plans parallèles; on les coupe par un cylindre oblique à base de cercle; on enlève du cône les parties situées dans l'intérieur du cylindre. On demande de représenter par ses projections le demi-cône solide dans lequel on a pratiqué ainsi une entaille cylindrique.

L'axe du cône est la bissectrice de l'angle en s du triangle par l'axe asb.

Le côté ab coïncide avec la ligne de terre, et l'on a

$$xa = 0^{\mathrm{m}},076, \qquad ab = 0^{\mathrm{m}},129, \qquad by = 0^{\mathrm{m}},065,$$
$$as = 0^{\mathrm{m}},149, \qquad bs = 0^{\mathrm{m}},179.$$

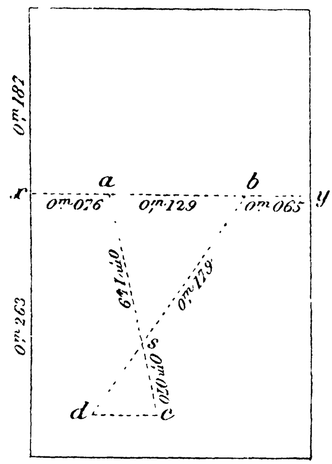
Les plans parallèles qui limitent le cône sont les suivants :

1° Le plan mené par la ligne de terre et dont la partie supérieure fait avec la partie antérieure du plan horizontal un angle de 60°;

2° Le plan parallèle au précédent dont la trace horizontale cd est déterminée par

$$sc = 0^{m},070.$$

La base du cylindre est un cercle de $0^{m},060$ de rayon, situé



dans le plan vertical de projection au-dessus de la ligne de terre et tangent en b à cette ligne; les génératrices horizontales du cylindre sont parallèles à sb.

On indiquera à l'encre rouge les constructions employées pour déterminer :

1° Un point quelconque de l'intersection et la tangente en ce point;

2° Un point quelconque de l'une des bases du cône et la tangente en ce point;

3° Un point quelconque de la trace du cylindre sur l'un des plans de base du cône et la tangente en ce point.

Titre extérieur : Intersection de surfaces.

Titre intérieur : Cône entaillé par un cylindre.

Les titres, en lettres dessinées, sont de rigueur. Le cadre a $0^m,450$ sur $0^m,270$.

La ligne de terre est parallèle aux petits côtés du cadre à $0^m,263$ du petit côté inférieur et à $0^m,187$ du petit côté supérieur.