NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

J. RÉVEILLE

Des figures homothétiques qui ont une droite homologue commune et dont une courbe passe par un point fixe

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 12 (1893), p. 183-185

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1893_3_12__183_0>

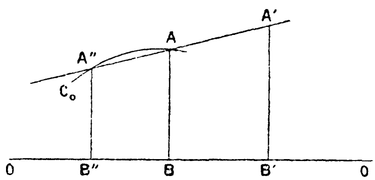
DES FIGURES HOMOTHÉTIQUES QUI ONT UNE DROITE HOMOLOGUE COMMUNE ET DONT UNE COURBE PASSE PAR UN POINT FIXE;

PAR M. J. RÉVEILLE.

J'ai étudié précédemment les figures semblables ayant un point homologue commun et dont une courbe passe par un point fixe A. Je vais remplacer maintenant ce point homologue par une droite homologue commune OO'.

Soit C_0 une position de la courbe C.

Considérons le point A comme un point de la courbe C_0, les points homologues de ce point A dans les



courbes C se trouvent sur une certaine courbe que je vais déterminer.

Le point A, considéré comme appartenant à la courbe C_0 a pour homologue A' dans la courbe C; tandis que ce même point A, appartenant à la courbe C, a pour homologue, sur la courbe C_0, le point A''.

Les deux droites A'A sont donc homologues dans les deux courbes, et, par suite, les trois points A'', A, A' sont en ligne droite.

On a de plus, en menant les ordonnées de ces points,

$$\frac{B''B}{BB'} = \frac{A''B''}{AB} = \frac{AB}{A'B'}.$$

Si l'on prend pour axes de coordonnées les deux droites AB et BO'; si l'on désigne par x et y les coordonnées d'un point de la courbe C_0, par X et Y les coordonnées du point A', et par a la longueur AB, les relations précédentes deviennent

$$-\frac{x}{X} = \frac{y}{a} = \frac{a}{Y};$$

d'ou

$$\left\{\begin{aligned} y &= \frac{a^2}{Y}, \\ x &= -\frac{aX}{Y}. \end{aligned}\right.$$

L'équation de la courbe cherchée s'obtient donc en remplaçant, dans l'équation de la courbe C_0, x et y respectivement par $-\frac{ax}{y}$ et $\frac{a^2}{y}$.

On voit donc que la courbe Γ, lieu du point A', et la courbe C_0 sont homologiques. Le point A est le centre d'homologie; l'axe d'homologie est la droite parallèle à OO' qui est, de l'autre côté du point A, à une distance de OO' égale à a; enfin, dans chaque figure, la même droite OO' correspond à l'infini de l'autre.

On peut faire de ce qui précède des applications nombreuses. Remarquons seulement que, si C_0 est une conique, le lieu du point A' est aussi une conique; et que, si la droite OO' coupe la conique C_0 en deux points tels que les droites qui les joignent au point A soient parallèles aux asymptotes du cercle, le lieu est un cercle.

Enfin, il est facile de trouver le lieu d'un point quelconque M de la figure à laquelle appartient la courbe variable C.

En effet, ce lieu s'obtient en inclinant du même angle, et en réduisant dans une proportion convenable, mais invariable, les ordonnées du lieu du point A.

SUR LES PLANS TANGENTS A CERTAINES SURFACES ALGÉBRIQUES;

PAR M. S. MANGEOT,
Docteur ès Sciences.

Je considère une surface algébrique S, d'ordre n, représentée par l'équation entière $f(x, y, z) = 0$. On peut, d'une infinité de manières, mettre cette équation sous la forme

$$\varphi(x, y, z) + \psi(x, y, z) = 0,$$

φ et ψ désignant deux fonctions entières. La détermination du plan tangent T en tout point M de la surface S peut être ramenée à celle des plans polaires ϖ, ϖ' de ce point M par rapport aux deux surfaces σ, σ' qui correspondent aux équations

$$\varphi(x, y, z) = 0, \qquad \psi(x, y, z) = 0.$$

En effet, soient m et $m - p$ ($p \gtreqless 0$) les degrés respectifs de φ et ψ; m est égal ou supérieur à n. On voit, en formant son équation, que le plan T passe par l'intersection du plan ϖ avec le plan P qui a pour équation

$$x \frac{\partial\psi}{\partial x'} + y \frac{\partial\psi}{\partial y'} + z \frac{\partial\psi}{\partial z'} - \frac{\partial\psi}{\partial t'} + p\psi(x', y', z') = 0, \qquad (t' = 1),$$

x', y', z' étant les coordonnées de M. Or le plan P coïn-