Nouvelles annales de mathématiques

Correspondance

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 11 (1892), p. 431-433

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1892_3_11__431_1>

CORRESPONDANCE.

Extrait d'une lettre de M. Mannheim.

En rapprochant des résultats provenant de deux solutions différentes d'un même problème, j'ai obtenu une propriété dont la transformation par polaires réciproques conduit à l'énoncé de la question 1625.

Voici une solution géométrique de cette question.

J'appelle f le foyer de l'ellipse donnée, dont les projections i et j sur P et Q appartiennent à N, et z le point de rencontre de P et de Q. Les points f, i, z, j sont sur une circonférence de cercle que je désigne par (1).

La droite nf coupe en l cette circonférence et la droite lz rencontre N au point u.

Les droites ln, lf sont les bissectrices de l'angle ilj : les points n et u partagent donc harmoniquement ij. Les droites qui joignent z aux points n, i, u, j forment alors un faisceau harmonique; elles coupent T en des points qui forment une division harmonique : donc rl passe par le point m.

Sur fm comme diamètre, je décris une circonférence de cercle que je désigne par (2). Elle coupe T au point t, projection de f sur cette tangente et elle passe par le point l.

Enfin je désigne par (3) la circonférence qui passe par les points t, i, j, et qui n'est autre que la circonférence décrite sur le grand axe de l'ellipse comme diamètre.

La corde commune à (1) et (2) est fln.

La corde commune à (1) et (3) est N.

Ces deux cordes se coupent en n : la corde commune à (2) et (3) passe alors par ce point et par t : c'est donc T.

Le point m appartient donc à la circonférence (3) qui est fixe : donc, etc.

On m'a demandé l'origine de la question suivante proposée et résolue dans les *Nouvelles Annales,* il y a longtemps.

D'un point pris dans le plan d'une courbe géométrique on mène toutes les tangentes à cette courbe, on divise le rayon de courbure relatif à chaque point de contact par le cube de la distance de ce point au point fixe d'où émanent les tangentes : la somme de tous les rapports ainsi obtenus est égale à zéro.

J'y suis arrivé en transformant par polaires réciproques un théorème dû au Dr Reisset [1], qu'on obtient

---

(1) Voir mon *Cours de Géométrie descriptive,* 2e édition, p. 215.

lui-même en appliquant le même mode de transformation à ce théorème dû à Duhamel ([1]).

Si l'on mène à une courbe géométrique plane toutes ses tangentes parallèles à une même droite, la somme des rayons de courbure relatifs aux divers points de contact de ces tangentes, sera généralement égale à zéro.