L. RAVIER

Construction du dixième point d'une quadrique

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 11 (1892), p. 289-291

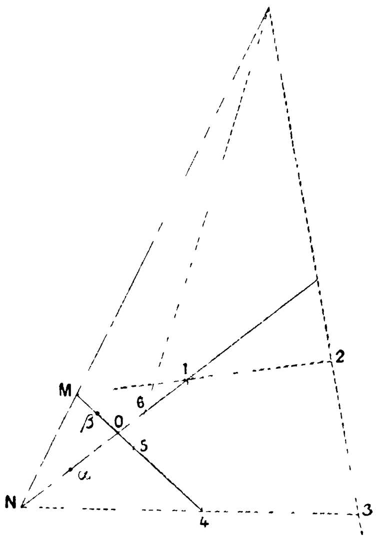
<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1892_3_11__289_1>

CONSTRUCTION DU DIXIÈME POINT D'UNE QUADRIQUE;

PAR M. L. RAVIER.

Nous commencerons par démontrer le théorème de Pascal de la manière suivante :

Soient 1, 2, 3, 4, 5 cinq points d'une conique, 6 un sixième point inconnu situé sur une droite donnée 16. Faisons abstraction du point 5, et considérons toutes les coniques passant par les points 1, 2, 3, 4. Ces coniques coupent 4-5 et 1-6 en des points β, α qui décrivent des divisions homographiques. (A un point α correspond un seul point β et réciproquement.) Or le point O se correspond à lui-même dans les deux divisions; donc la droite $\alpha\beta$ passe par un point fixe. Ce point fixe est sur



2-3 (conique 1-4, 2-3) et sur MN (conique 1-2, 3-4). Donc 5-6 passe par le point de rencontre de MN et 2 3. C'est le théorème de Pascal.

Ce raisonnement s'applique aux quadriques.

Soient 1, 2, ..., 8, 9 les neuf points donnés; 10 le point inconnu. Faisons abstraction des deux points 9 et 10, et considérons toutes les quadriques passant par 1, 2, 3, ..., 8, ces quadriques déterminent des divisions homographiques sur 1-9 et 2-10. On est ramené à trouver trois couples de points de ces divisions homographiques : il s'agit donc de prendre les intersections de 1-9 et 2-10 avec trois quadriques arbitrairement choisies qui passent par les points 1, 2, ..., 8. Pour déterminer l'une de ces quadriques, nous pouvons nous en donner un point quelconque; supposons que ce point soit sur 2-3, nous serons ramenés à trouver le 2^d point d'intersection d'une droite avec une quadrique passant par un point connu de cette droite, par cinq points donnés, et ayant pour génératrice une droite donnée.

Pour résoudre ce problème nous ferons comme pour le problème précédent : Faisons abstraction de l'un des points, par exemple de 8. Les quadriques passant par 1, 2, 3, . ., 7 et ayant 2-3 pour génératrice déterminent sur 1-9 et 1-8 des divisions homographiques. Ces divisions seront déterminées si nous en connaissons trois couples de points correspondants. Il s'agit donc de prendre les intersections de 1-8 et 1-9 avec trois quadriques arbitrairement choisies qui passent par 1, 2, 3, ..., 7 et admettent 2-3 pour génératrice.

Pour déterminer l'une de ces quadriques nous pouvons nous en donner un point quelconque. Supposons que ce point soit sur 4-5, nous serons ramenés à trouver l'intersection d'une droite avec une quadrique passant par un point connu de cette droite, par trois points donnés et ayant pour génératrices deux droites données; problème fort simple.