NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

LUCIEN LÉVY

Extrait d'une lettre adressée à M. Rouché

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 11 (1892), p. 147-148

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1892_3_11__147_1>

EXTRAIT D'UNE LETTRE ADRESSÉE A M. ROUCHÉ;

PAR M. LUCIEN LÉVY.

Les *Nouvelles Annales* ont publié, l'année dernière (t. X, p. 111), un bien intéressant théorème dû à M. Daniel Mayer et dont voici l'énoncé :

Si, dans une équation algébrique, le coefficient de x^{m-k} a un module supérieur à la somme des modules des autres coefficients, l'équation a $m-k$ racines dont le module est inférieur à 1 et k racines de module supérieur à 1.

M. Ém. Picard m'en communique une démonstration qui intéressera sûrement vos lecteurs.

Soit l'équation

$$(1)\qquad A_0x^m + A_1x^{m-1} + \ldots + A_kx^{m-k} + \ldots + A_m = 0.$$

Et d'abord, si

$$(2)\qquad |A_k| > |A_0| + |A_1| + \ldots + |A_{k-1}| + |A_{k+1}| + \ldots + |A_m|,$$

l'équation (1) ne pourra pas avoir de racine dont le module serait égal à *un*; car, dans ce cas, on a évidemment

$$|A_k| < |A_0| + \ldots.$$

puisque le module d'une somme est plus petit que la somme des modules.

Ceci posé, faisons varier d'une manière continue les coefficients de (1), l'inégalité (2) étant toujours vérifiée. Pendant cette variation, aucune racine ne pourra traverser la circonférence de rayon *un*. Il suffit donc de prendre un cas particulier; le plus simple est celui de l'équation

$$A_0 x^m + A_k x^{m-k} = 0,$$

avec

$$|A_k| > |A_0|:$$

or, sur cette équation le théorème est évident.