NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

MOUTARD

Sur les courbes du troisième degré

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 11 (1892), p. 113-115

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1892_3_11__113_1>

SUR LES COURBES DU TROISIÈME DEGRÉ;

PAR M. MOUTARD.

PROBLÈME. — *Étant donnée une courbe du troisième degré* (C), *trouver deux faisceaux de trois droites concourantes, dont les neuf points communs soient situés sur* (C)

Toutes les solutions de ce problème, qui dépend de deux indéterminées, peuvent être obtenues de la manière suivante.

Soit H un point quelconque de la hessienne de (C), c'est-à-dire un point dont la polaire par rapport à C consiste en un système de deux droites; le point de concours H′ de ces deux droites appartiendra lui-même, comme on sait, à la hessienne, et la polaire de H′ consistera en deux droites concourant en H; en outre, l'axe harmonique de H par rapport à (C) sera la tangente à la hessienne en H′ et réciproquement. (Les tangentes en H et H′ à la hessienne concourent d'ailleurs en un point de cette courbe.)

Cela posé, traçons un faisceau de trois droites concourant en H, assujetti à la condition que la polaire de H′ par rapport à ce faisceau se confonde avec la polaire de H′ par rapport à (C); ce faisceau dépendra encore d'une indéterminée, qui permettrait, par exemple, de choisir arbitrairement l'une des droites du faisceau. Les neuf points d'intersection de ce faisceau et de (C) seront situés sur un autre faisceau de trois droites concourant en H′. De cette construction on peut encore conclure l'énoncé suivant :

Étant données une courbe de troisième degré (C) et une droite (D), on peut, en général, de trois manières différentes associer à (D) deux autres droites concourant en un point de (D); de telle manière que les neuf points d'intersection de (C) avec (D) et ses deux associées soient situés sur un autre faisceau de trois droites concourantes.

Quelques cas particuliers paraissent intéressants, par exemple, celui où l'un des points H ou H′ est l'un des points d'inflexion de (C); ceux où la courbe (C) a un point double, et même celui où (C) se décompose en une conique et une droite. Je me bornerai à signaler une conséquence relative à ce dernier cas, qui offre une étroite analogie avec le problème de la construction d'un polygone simultanément inscrit à une conique et circonscrit à une autre, et qui est utile dans l'étude des cônes harmoniques.

Lorsqu'il est possible d'inscrire dans un cône du second degré un angle polyèdre hexagonal, tel que les trois faces 1, 3, 5 forment un faisceau ayant pour section droite une *rose des vents*, et que les faces 2, 4, 6 satisfassent à la même condition, le problème a une infinité de solutions.