# Bibliographie

*Nouvelles annales de mathématiques 3e série*, tome 10 (1891), p. 546-553

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1891_3_10__546_0>

# BIBLIOGRAPHIE.

Nomographie. Les calculs usuels effectués au moyen des abaques. Essai d'une théorie générale. Règles pratiques. Exemples d'application, par M. *Maurice d'Ocagne,* ingénieur des Ponts et Chaussées. Paris, Gauthier-Villars et fils; 1891. Gr. in-8° de 96 pages, avec 38 figures dans le texte et 8 planches. Prix : $3^{fr}, 50$.

Si le calcul numérique est d'une utilité journalière pour le financier, l'ingénieur, le marin, etc., il constitue, sans contredit, une besogne rebutante qu'on a depuis longtemps cherché à alléger par l'emploi de tables, de machines ou de tracés graphiques.

La méthode graphique peut venir en aide, au calculateur, de deux manières. Tantôt c'est, comme en Statique graphique, au moyen d'une épure que l'on exécute sur des données géométriques et qui fournit l'inconnue sous la même forme. D'autres fois, comme dans l'Ouvrage qui nous occupe, c'est par l'emploi d'abaques, c'est-à-dire de Tableaux représentant sur un plan à l'aide de lignes tracées, une fois pour toutes, les équations qui lient certaines variables entre elles : une simple lecture fournit alors le résultat demandé.

Les abaques employés jusqu'ici étaient construits à des points de vue très divers et par des procédés entièrement dissemblables. Ce n'est pas le moindre mérite de M. d'Ocagne que d'avoir, par une habile analyse comparative, su démêler un lien étroit entre des méthodes en apparence si disparates et d'être parvenu à constituer un véritable corps de doctrine en rattachant ces éléments épars à un même principe.

Rien de plus simple, d'ailleurs, que ce principe fondamental. Soit

$$F(\alpha, \beta, \gamma) = 0 \tag{1}$$

une équation donnée, dont la résolution permet de déterminer la valeur de l'inconnue $\gamma$ pour chaque système de valeurs attribuées à $\alpha$ et $\beta$. On veut substituer à ces calculs pénibles l'emploi d'un abaque donnant les mêmes résultats par de simples lectures. A cet effet, on choisit, à volonté, deux équations de la forme

$$(\mathrm{I}_1) \qquad F_1(x, y, \alpha) = 0,$$

$$(\mathrm{I}_2) \qquad F_2(x, y, \beta) = 0;$$

puis, on élimine $\alpha$ et $\beta$ entre les trois relations précédentes, ce qui donne une nouvelle équation

$$(\mathrm{I}_3) \qquad F_3(x, y, \gamma) = 0.$$

L'équation ($\mathrm{I}_1$), où $x$ et $y$ désignent des coordonnées courantes, représente une famille de courbes auxquelles les Nomographes donnent le nom d'*isoplèthes*, relatives à $\alpha$, pour rappeler que $\alpha$ conserve la même valeur en tous les points de l'une quelconque de ces courbes et ne varie que d'une courbe à l'autre. Les équations ($\mathrm{I}_2$) et ($\mathrm{I}_3$) définissent pareillement le système des isoplethes relatives à $\beta$ et le système des isoplèthes relatives à $\gamma$. Supposons qu'on ait construit ces trois groupes d'isoplèthes en plaçant sur chaque couche individuelle la valeur correspondante de celui du paramètre $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ qui le concerne. Le Tableau graphique formé par ces trois systèmes de courbes cotees constitue un abaque représentatif de l'équation (1).

Voici comment on se servira de cet abaque : Veut-on la valeur de $\gamma$ qui répond à un système de valeurs $\alpha'$ et $\beta'$ attribuée à $\alpha$ et $\beta$? On prendra le point de rencontre M de l'isoplèthe ($\alpha'$) et de l'isoplèthe ($\beta'$): la cote $\gamma'$ de celle des isoplèthes($\gamma$) qui passe par M sera la valeur cherchée de $\gamma$. Si, bien que les isoplèthes ($\gamma$) soient assez voisines les unes des autres, l'isoplèthe ($\gamma'$) qui passerait par M n'est pas tracée, on fera une interpolation à vue.

L'idée qui s'offre la première à l'esprit pour le choix des relations ($\mathrm{I}_1$) et ($\mathrm{I}_2$) consiste à prendre

$$(\mathrm{I}'_1) \qquad x = \alpha,$$

$$(\mathrm{I}'_2) \qquad y = \beta,$$

alors que l'équation ($\mathrm{I}_3$) devient

$$(\mathrm{I}'_3) \qquad F(x, y, \gamma) = 0.$$

Les isoplèthes ($\alpha$) sont des droites parallèles à l'axe des $y$, les isoplèthes ($\beta$) des droites parallèles à l'axe des $x$, et si l'on opère sur du papier quadrillé, la construction de l'abaque se réduit au tracé des isoplèthes ($\gamma$).

Tels sont les Tableaux graphiques si utiles, construits par M. Eugène Pereire, pour des questions d'intérêt et de finance.

Tel est aussi l'abaque bien connu destiné à remplacer les Tables de multiplication et qui est relatif à l'équation

$$\gamma = \alpha\beta;$$

les isoplèthes ($\gamma$) sont alors des hyperboles équilatères ayant pour asymptotes les axes coordonnés.

Si, dans ce dernier abaque, on remplace les équations ($I'_1$) et ($I'_2$) par

$$x = \log\alpha, \qquad y = \log\beta,$$

l'équation ($I'_3$) devient

$$x + y = \log\gamma.$$

On tombe de la sorte sur un abaque à *triple réglure*, c'est-à-dire sur un abaque composé de trois systèmes d'isoplèthes rectilignes. Telle est l'origine d'un principe fondamental dans cette théorie, qu'on nomme *principe de l'anamorphose* et que l'on doit au savant M. Lalanne, l'un des fondateurs de la Science nomographique.

Dans l'impossibilité de tout citer, nous renverrons au Livre de M. d'Ocagne pour l'exposition générale du principe de l'anamorphose et pour la recherche du type des équations susceptibles d'être représentées par des abaques à triple réglure.

Nous voulons surtout attirer l'attention sur deux points :

Le premier concerne l'exposition des recherches si ingénieuses et si justement appréciées de M. l'ingénieur des Mines Lallemand, Directeur du Service du nivellement général de la France. Grâce à ses nouveaux abaques, dits *hexagonaux*, M. Lallemand est parvenu à faire exécuter en quelques mi-minutes une besogne qui se répète chaque jour et qui, auparavant, absorbait tous les instants d'un groupe d'employés. Cet exemple n'est-il pas une leçon? Que de spécialités dans lesquelles les abaques pourraient offrir un pareil avantage! Les abaques hexagonaux s'appliquent à un type général d'équations que l'on rencontre fréquemment dans la pratique. M. Lallemand n'a publié sur ses méthodes qu'une Note succincte dans le t. CII des *Comptes rendus* et quelques feuilles lithographiées pour les besoins de son service, mais non livrées au public. Ces procédés si élégants et si utiles pouvaient donc être considérés comme inédits, et l'on doit remercier M. d'Ocagne de les avoir fait connaître en les rattachant à la méthode générale.

Le second point se rapporte aux *abaques à points isoplèthes*. On nous permettra d'y insister un peu, vu que, à notre sens, c'est la partie la plus originale du Livre de M. d'Ocagne.

Considérons un abaque à triple réglure et construisons sa figure *corrélative;* à chaque droite de l'ancienne figure répondra un point de la nouvelle, et réciproquement, de telle sorte, à trois droites de la première passant par un même point, correspondront trois points de la seconde situés en ligne droite. Ainsi, tandis que, dans l'ancien abaque, les isoplèthes étaient des droites enveloppant trois certaines courbes, dans le nouveau les isoplèthes seront des points distribués sur trois autres lignes; à chaque système de valeurs de $\alpha$, $\beta$, $\gamma$ satisfaisant à l'équation proposée, répondront, non plus trois droites concourantes, mais trois points placés respectivement sur ces trois lignes et situés en ligne droite.

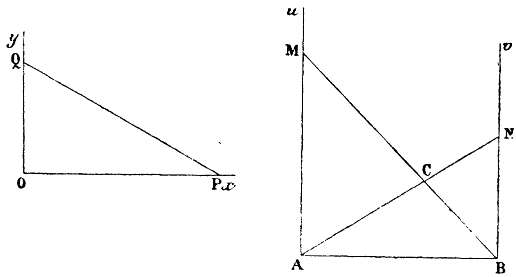
Pour rendre pratique cette idée nouvelle, il fallait choisir un mode de corrélation aussi simple que possible. Pour cela, M. d'Ocagne n'avait pas à chercher bien loin; il lui a suffi d'utiliser ses *coordonnées parallèles de droites*. Les lecteurs de ce journal savent, par les intéressantes Communications de cet ingénieur distingué aux *Nouvelles Annales*, en 1887, 1889 et 1890, ce qu'on entend par coordonnées parallèles d'une droite MN (*fig.* 1). Ce sont les segments $AM = u$, $BM = v$ que cette droite intercepte sur deux axes parallèles AU, BV, ces segments étant comptés à partir des extrémités A et B d'une perpendiculaire commune à ces axes. Cela posé, nous aurons défini clairement le mode de corrélation adopté, en disant qu'il consiste dans le changement des coordonnées cartésiennes de points en coordonnées parallèles de droites.

Rien n'est plus simple actuellement, étant donné un abaque à triple système de droites isoplèthes, que de construire l'abaque corrélatif à triple système de points isoplèthes. On prendra les coordonnées cartésiennes

$$(x = a, y = b) \qquad \text{et} \qquad (x = a', y = b')$$

de deux points appartenant à une droite quelconque du premier abaque. Le point qui répondra à cette droite dans le second abaque sera le point commun aux deux droites dont les coordonnées parallèles sont $(u = a,\ v = b)$ et $(u = a',\ v = b')$.

Fig. 1.




Considérons, par exemple, l'abaque construit par M. Lalanne pour la recherche des racines positives d'une équation du troisième degré

$$z^3 + pz + q = 0$$

privée du terme en $z^2$. On prend pour $(I_1)$ et $(I_2)$ les équations $x = p$, $y = q$, et l'équation $(I_3)$ est alors

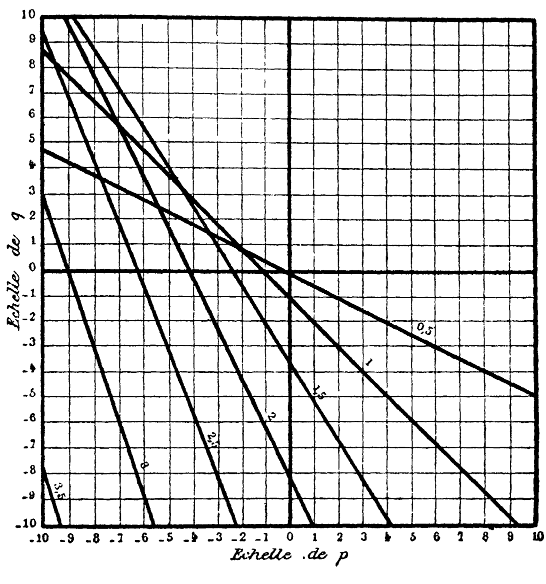
$$z^3 + zx + y = 0.$$

C'est donc un abaque à triple réglure : il est représenté par la *fig.* 2. En le transformant par le procédé indiqué, on obtient l'abaque à points isoplèthes représenté par la *fig.* 3. Les points isoplèthes $(p)$ et $(q)$ sont distribués respectivement sur les deux droites parallèles auprès desquelles on a inscrit *échelle de p*, *échelle de q* ; les points isoplèthes $(z)$ sont sur la courbe marquée en trait fort et sur laquelle on a inscrit *échelle* des $z$. Veut-on, par exemple, la racine positive de l'équation

$$z^3 + 2z - 6 = 0;$$

on joindra par une droite le point 2 de l'axe des $p$ au point (— 6) de l'axe des $q$; le point où la courbe en trait fort est coupée par cette droite porte la cote 1,46; ce nombre est la racine demandée. Pour n'avoir pas à tracer de ligne sur

Fig. 2.




l'abaque, on emploiera un fil qu'on tendra entre les points 2 et (— 6).

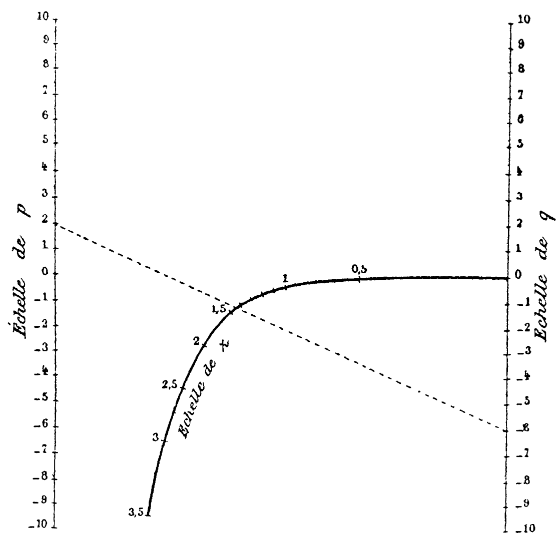
Remarquons, d'ailleurs, bien vite que l'emploi des coordonnées parallèles ne servira pas seulement à la transformation des abaques préalablement construits à l'aide des coordonnées cartésiennes. L'application immédiate des coordonnées parallèles à une équation à triple réglure permettra de construire directement l'abaque à points isoplèthes correspondant à cette équation.

Les abaques à points isoplèthes se recommandent par une plus grande facilité dans la lecture et dans l'interpolation à vue; ils offrent, en outre, sur les abaques à droites isoplèthes, l'avantage de permettre l'introduction d'une quatrième variable. Considérons, par exemple, l'équation complète du troisième degré

$$z^3 + n z^2 + p z + q = 0.$$

Pour construire l'abaque correspondant en droites isoplèthes, il faut faire d'abord disparaître le terme en $z^2$. Cela n'est pas nécessaire pour l'abaque à points isoplèthes. L'introduction du

Fig. 3.




coefficient $n$ comme quatrième variable entraîne seulement la construction d'autant de courbes successives, analogues à la courbe en trait fort de la *fig.* 3, qu'on attribue de valeurs à $n$; et comme ces courbes sont parfaitement distinctes, aucune confusion n'est à redouter : on pourra s'en assurer en jetant un coup d'œil sur la dernière planche du Volume, planche que ses dimensions ne nous permettent pas de reproduire ici.

En résumé, la création d'un nouveau corps de doctrine bien défini, l'exposition claire et méthodique des principaux résultats antérieurement obtenus et surtout des beaux travaux, à peu près inédits, de M. Lallemand, enfin, l'invention des abaques à points isoplèthes : telle est la part considérable qui revient à M d'Ocagne dans ce remarquable Opuscule qu'un juge éminent a naguère présenté à l'Académie des Sciences dans les termes les plus flatteurs. E. R.