Nouvelles annales de mathématiques

S.-L. Ravier

Sur la transformation par rayons vecteurs réciproques et sur une génération mécanique des quadriques

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 10 (1891), p. 371-373

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1891_3_10__371_0>

© Nouvelles annales de mathématiques, 1891, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (http://www.numdam.org/conditions). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

Numdam

Article numérisé dans le cadre du programme Numérisation de documents anciens mathématiques

http://www.numdam.org/

SUR LA TRANSFORMATION PAR RAYONS VECTEURS RÉCIPROQUES ET SUR UNE GÉNÉRATION MÉCANIQUE DES QUADRIQUES;

PAR M. S.-L. RAVIER,
Élève de l'École Polytechnique.

La transformation pour rayons vecteurs réciproques dans le plan est un cas particulier de la transformation birationnelle du second ordre que voici :

Nous considérons un plan P, une quadrique S, et deux points A, A′ sur cette quadrique.

A chaque point M du plan P nous faisons correspondre le point M′ qui se trouve à l'intersection avec ce même plan de la droite joignant A′ au second point μ distinct de A, où le rayon AM rencontre la surface.

De cette transformation, nous arrivons à celle par rayons vecteurs réciproques lorsque nous substituons à la surface S une sphère, aux points A, A′ les extrémités du diamètre de cette sphère perpendiculaire au plan P.

Que la sphère soit coupée par le plan P ou non, nous aurons toujours, d'ailleurs, la puissance de la transformation en prenant la puissance par rapport à la sphère du point où AA′ rencontre le plan P; cette puissance doit être prise avec son signe. Si l'intersection de la sphère et du plan P est réelle, c'est le cercle qui la constitue qui est le cercle directeur de la transformation.

On peut déduire de ce qui précède les principales propriétés des figures anallagmatiques.

Il est avantageux dans cette étude de supposer le centre de la sphère contenu dans le plan P, et alors on voit apparaître d'une manière lumineuse les propriétés de la courbe appelée seconde déférente par les auteurs qui ont étudié les figures anallagmatiques. Elle se présente ici comme la projection sur le plan P d'une courbe symétrique par rapport à ce plan, et qui est le lieu des points tels que celui que nous avons appelé μ.

Nous n'avons pas l'intention d'aller plus loin dans cette voie, et nous allons déduire de principes réciproques de ceux qui précèdent la construction d'un système articulé qui permet de faire décrire à l'un de ses points, dans l'espace, une surface du second ordre.

Pour cela, prenons dans un plan P un cercle C de centre O, menons par O une droite quelconque, et prenons sur elle deux points A, A'.

Nous joindrons A à un point M du plan P, A' au point M' déduit du point M par inversion par rapport au cercle C. et je dis que le point μ, intersection de AM et de A'M', décrira une surface du second ordre quand M se déplacera d'une manière quelconque dans le plan P.

En effet, il n'y a jamais, comme le lecteur peut s'en convaincre, qu'un point μ sur une droite AM, et de plus le point A est un point simple de la surface décrite par μ, car toutes les tangentes à la surface en ce point sont contenues dans un même plan qui est, cela est important à remarquer, parallèle au plan P.

D'ailleurs, la section de la surface par le plan P est le cercle C; il en résulte que les points A, A' sont des ombilics de cette surface.

Ce mode de génération ne peut donc être appliqué aux surfaces réglées qui n'ont pas d'ombilics réels, mais il est facile de voir que nous pourrons l'appliquer à un ellipsoïde, un paraboloïde elliptique ou un hyperboloïde à une nappe quelconques, car nous pourrons décrire de cette façon une surface qui :

1° Ait deux mêmes ombilics avec les mêmes plans tangents en ces ombilics (A, A');

2° Ait une même section plane circulaire, parallèle à ces plans tangents (cercle C).

Si l'on veut construire un système articulé basé sur ces principes, et qui permette de décrire une surface du second ordre, ce système se composera de deux parties :

1° Un système articulé permettant de tracer deux figures planes en inversion l'une par rapport à l'autre, on se servira là, soit d'un appareil Peaucellier, soit d'un appareil basé sur ce qui a été dit au commencement de cette Note; remarquons en passant que ce dernier appareil pourrait être substitué en toutes circonstances à l'appareil Peaucellier; il semble d'ailleurs moins simple;

2° D'un autre système articulé appliquant ce qui a été dit en dernier lieu, et relié convenablement au premier.