

Concours pour les bourses de licence en 1890

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 10 (1891), p. 357-358

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1891_3_10__357_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1891, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

CONCOURS POUR LES BOURSES DE LICENCE EN 1890.

1. En désignant par m un nombre entier positif, on considère deux polynômes $\varphi(x)$, $\psi(x)$ entiers en x , de degré inférieur à m , et tels que l'on ait identiquement

$$(1-x)^m \varphi(x) + x^m \psi(x) = 1.$$

1. Démontrez que l'on a identiquement

$$\begin{aligned}\psi(1-x) &= \varphi(x), \\ \varphi(1-x) &= \psi(x), \\ (1-x)\varphi'(x) - m\varphi(x) &= \alpha x^{m-1}\end{aligned}$$

Dans cette dernière égalité, α désigne une constante et $\varphi'(x)$ la dérivée de $\varphi(x)$: en déduire, à l'aide du théorème de Rolle, que le polynôme $\varphi(x)$ ne peut pas avoir deux racines négatives.

2° Déterminer en fonction de m la constante α et les coefficients du polynôme $\varphi(x)$; démontrer que ce polynôme a au plus une racine réelle.

II. Étant donnés deux axes rectangulaires Ox , Oy , on considère un losange $PQP'Q'$ ayant les deux sommets P , P' sur l'axe des x et les deux sommets Q , Q' sur l'axe des y . On supposera $OP = p$, $OQ = q$.

1° Par un point M , de coordonnées x, y , passent deux coniques inscrites dans le losange; former l'équation du second degré en m , qui admet pour racines les coefficients angulaires des tangentes en M à ces deux coniques.

2° Trouver le lieu des points M où se coupent sous un angle donné deux coniques inscrites dans le losange.

3° Dédire de l'équation aux coefficients angulaires que ce dernier lieu doit se composer d'hyperboles.