

Question proposée

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 9 (1890), p. 49

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1890_3_9_49_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1890, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

QUESTION PROPOSÉE.

1393. Si l'on appelle O et R le centre et le rayon du cercle circonscrit à un triangle ABC , I et r le centre et le rayon du cercle inscrit, H l'orthocentre, a, b, c les côtés, $2p$ le périmètre et S la surface du triangle OIH :

1° On a (avec $a > b > c$)

$$S = 2R^2 \sin \frac{A-C}{2} \sin \frac{A-C}{2} \sin \frac{A-B}{2},$$

$$S = \frac{(b-c)(a-c)(a-b)}{8r},$$

$$16S^2 = -p^4 + 2(2R^2 + 10Rr - r^2)p^2 - r(4R + r)^3;$$

2° Si I' et r' sont le centre et le rayon du cercle ex-inscrit dans l'angle intérieur A et S' la surface du triangle $OI'H$, on a aussi

$$S' = 2R^2 \sin \frac{B-C}{2} \cos \frac{A-C}{2} \cos \frac{A-B}{2},$$

$$S' = \frac{(b-c)(a+c)(a+b)}{8r'},$$

$$S + S' = R^2 \sin(B-C);$$

3° La condition

$$p^4 - 2(R^2 + 10Rr - r^2)p^2 + r(4R + r)^3 \leq 0$$

exprime que le triangle ABC est possible avec ses éléments p, R, r . (R. SONDAT.)