Nouvelles annales de mathématiques

Concours d'admission à l'École centrale en 1888

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 8 (1889), p. 301-307

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1889_3_8__301_1>

CONCOURS D'ADMISSION A L'ÉCOLE CENTRALE EN 1888.

PREMIÈRE SESSION.

Calcul trigonométrique.

On donne les trois côtés d'un triangle :

$$a = 12352^{m},22,$$
$$b = 15637^{m},43,$$
$$c = 18211^{m},65.$$

On demande de calculer les trois angles, la surface et la longueur de la bissectrice de l'angle A de ce triangle.

Géométrie analytique.

Etant donnés deux axes rectangulaires Ox, Oy et un point A sur l'axe des x, on considère le faisceau des coniques pour lesquelles l'axe des y est une directrice et le point A un sommet de l'axe focal. Par un point quelconque M du plan des axes passent deux coniques de ce faisceau, réelles ou imaginaires.

1° Déterminer les parties du plan dans lesquelles doit être le point M pour que les deux coniques du faisceau qui passent par ce point soient réelles, et celles où il doit être pour que les deux coniques soient imaginaires. (La ligne de séparation est de degré supérieur au second.)

2° Reconnaître, d'après la position d'un point par lequel passent deux coniques réelles, le genre de ces coniques.

3° Trouver le lieu des points de contact des tangentes menées de l'origine des coordonnées à toutes les coniques du faisceau considéré.

Chimie.

1° Indiquer les usages de l'acide sulfurique, en donnant, sous forme de tableau synoptique, les réactions de préparation des divers corps pour lesquelles on emploie cet acide.

2° On donne dans un eudiomètre 40^{cc} d'un mélange d'oxyde de carbone et d'hydrogène. On y ajoute 20^{cc} d'oxygène et on enflamme le mélange des gaz par une étincelle électrique.

Il se dépose de l'eau sur les parois de l'eudiomètre et il reste dans l'appareil un résidu de 20^{cc} d'acide carbonique absorbable totalement par la potasse.

On demande de déterminer à l'aide de ces données la composition du mélange gazeux mis en expérience.

On donne les équivalents en volume :

$$\begin{aligned} CO &= 2^{vol}, & O &= 1^{vol}, \\ H &= 2^{vol}, & CO^2 &= 2^{vol}, \\ & & HO &= 2^{vol}. \end{aligned}$$

Physique.

1. Quelles sont les expressions x et y des tensions, mesurées à 0 et à t degrés, de l'acide carbonique sec emmagasiné dans un ballon en verre fermé qui reste en équilibre dans l'air dans des conditions de température, de pression et d'état hygrométrique données.

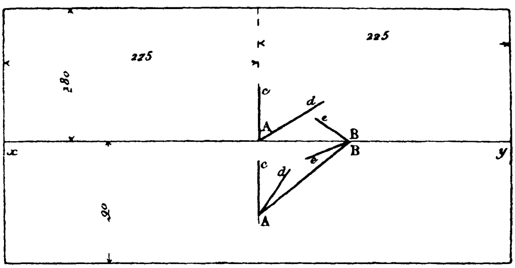
2. Exemple numérique :

Volume extérieur du ballon à 0°............	$V = 12^{lit},575$
Volume intérieur..........................	$U = 12^{lit},571$
Poids de l'enveloppe......................	$\pi = 6^{gr},348$
Température...............................	$t = 32°$

Pression atmosphérique	$H = 76^{cm}\,83$
État hygrométrique	$e = 0,68$
Tension maxima de la vapeur d'eau à $t°$	$F = 3^{cm}\,536$
Coefficient de dilatation de l'enveloppe	$K = 0,000023$
Coefficient de dilatation du gaz	$\alpha = 0,003665$
Poids du litre d'air à 0° et 76^{cm} de pression	$a = 1^{gr}\,293$
Densité de l'acide carbonique	$d = 1,529$

Épure

On donne dans le plan horizontal une droite AB, A′B′ de 100^{mm} de longueur, faisant un angle de 45° avec la ligne de



terre. Par le point A, on mène une droite Ac, A′c′ également inclinée sur les deux plans de projection; puis ensuite on mène la bissectrice Ad, A′d′ de l'angle cAB, c′A′B′. Par le point B, B′ dans le plan des deux droites AB, A′B′, Ac, A′c′ on mène une droite Be, B′e′ faisant avec AB, A′B′ un angle eBA, e′B′A′ de 30°.

On considère maintenant la surface conique engendrée par la droite Ac, A′c′ tournant autour de Ad, A′d′, puis la surface conique engendrée par la droite AB, A′B′ tournant autour de Be, B′e′, et l'on demande de déterminer l'intersection de ces deux surfaces coniques.

Dans la mise à l'encre, on supposera que la surface conique ayant comme sommet B, B′ n'existe pas, et que, de l'autre surface (supposée opaque), il n'existe que la partie comprise entre le sommet A, A′ et l'intersection des deux surfaces coniques.

On indiquera à l'encre rouge les constructions d'un point quelconque de l'intersection et de la tangente en ce point.

celle des points remarquables et des tangentes en ces points. Ces constructions seront succinctement expliquées à l'aide d'une légende placée dans la partie gauche de l'épure.

Titre extérieur : *Géométrie descriptive*. Titre intérieur : *Intersection de deux surfaces coniques*.

On prendra la ligne de terre parallèle aux grands côtés du cadre et à 90^{mm} du côté inférieur du cadre. La projection verticale A′ du sommet A se trouve sur la ligne de terre, à égale distance des deux petits côtés du cadre.

SECONDE SESSION.

Calcul trigonométrique.

Calculer les angles d'un triangle et le rayon du cercle circonscrit, connaissant les trois côtés

$$a = 44351,22,$$
$$b = 59134,96,$$
$$c = 73918,70.$$

Géométrie analytique.

On donne une ellipse rapportée à ses axes

$$a^2y^2 + b^2x^2 = a^2b^2$$

et, dans son plan, un point P (p, q) par lequel on mène deux droites parallèles aux bissectrices des angles des axes. On considère toutes les coniques passant par les points d'intersection de ces droites avec l'ellipse donnée. Écrire l'équation générale de ces coniques; trouver le lieu de leurs centres et distinguer les portions de cette courbe qui correspondent à des centres d'ellipse ou à des centres d'hyperbole.

On prend la polaire de l'origine des coordonnées par rapport à chacune des coniques et on abaisse, du point P, une perpendiculaire sur cette polaire. Trouver le lieu des pieds de ces perpendiculaires. Parmi les coniques considérées se trouvent deux paraboles; trouver leurs foyers pour une position donnée du point P et les lieux de ces foyers lorsque le point P parcourt : 1° une des bissectrices des axes de l'ellipse donnée, 2° la circonférence circonscrite au rectangle des axes de cette ellipse.

Physique.

Un ballon vide pèse 250^{gr} ; plein d'air il pèse $257^{gr},80$; plein d'un autre gaz, il pèse $264^{gr},68$.

On demande de calculer la densité de ce gaz par rapport à l'air :

1° Dans le cas où la pression et la température sont les mêmes pendant toute la durée des pesées ;

2° Dans le cas où, la température restant la même, la pression a été de $0^m,770$ pendant la pesée du ballon plein d'air, et $0^m,780$ pendant la pesée du ballon plein de gaz :

3° Dans le cas où, la pression restant la même, la température a été 15° pendant la pesée du ballon rempli d'air, et 25° pendant la pesée du ballon rempli de gaz ;

4° Dans le cas où, pour la pesée du ballon plein d'air, la pression a été $0^m,770$ et la température 15° et, pour la pesée du ballon plein de gaz, la pression a été $0^m,780$ et la température 25°.

On donne

$$\alpha \text{ coefficient de dilatation du gaz} = 0,00367.$$

Chimie.

1° Décrire les préparations et les expériences dans lesquelles on fait usage du chlorate de potasse.

2° Analyse du bioxyde d'azote.

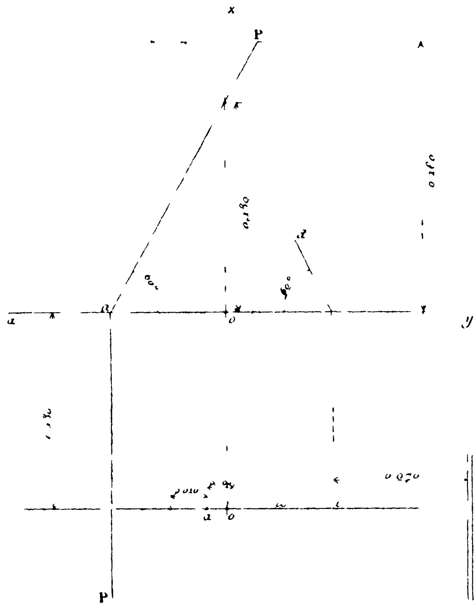
Épure.

On donne :

1° Un cylindre de révolution F dont l'axe est la droite de front cd, $c'd'$; cette droite, qui fait un angle de 60° avec le plan horizontal, est éloignée de $0^m,13$ du plan vertical de projection ; la trace horizontale c est à $0^m,070$ du côté vertical de droite du cadre ; le rayon du cylindre est de $0^m,05$.

2° Une surface de révolution H engendrée par une hyperbole tournant autour de l'axe vertical O, $O'z'$ situé dans le même plan de front que l'axe du cylindre : le point O est à égale distance des deux côtés verticaux du cadre. L'hyperbole génératrice est située dans un plan $P'\alpha P$ perpendiculaire au plan vertical et faisant un angle de 60° avec le plan horizontal.

Ce plan rencontre l'axe de la surface en un point dont la cote est $0^m,13$. L'axe de l'hyperbole est l'intersection du plan



$P'\alpha P$ et du plan de front qui passe par l'axe de la surface de révolution. La projection horizontale de l'hyperbole a le point O pour un de ses foyers, le point a pour sommet correspondant, le point ω pour centre; la distance Oa est de 0,005 et la distance $a\omega$ de 0,010. Les points a et ω sont tous deux à gauche du point O.

Cela posé, on demande de trouver les projections de l'intersection des deux surfaces F et H.

Dans la mise à l'encre, on représentera le cylindre comme si c'était un corps plein et existant seul, en supprimant la partie de ce corps comprise dans la surface H. On limitera le cylindre par le plan horizontal de projection et par un autre plan horizontal situé au-dessus et à $0^{m}.160$ du premier. On indiquera à l'encre rouge les constructions d'un point quelconque de l'intersection, de la tangente en ce point, et celles des points remarquables. Ces constructions seront succinctement expliquées à l'aide d'une légende. Titre extérieur : *Géométrie descriptive*. Titre intérieur : *Intersection de surfaces*. Prendre la ligne de terre parallèle aux petits côtes du cadre et a égale distance de ces deux côtes.