NOUVELLES ANNALES DE MATHÉMATIQUES

WEILL

# Applications des propriétés projectives des coniques

*Nouvelles annales de mathématiques 3e série*, tome 7 (1888), p. 429-430

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1888_3_7__429_1>

# APPLICATIONS DES PROPRIÉTÉS PROJECTIVES DES CONIQUES;

PAR M. WEILL.

I. Deux coniques passent par A, B, C, D et touchent une droite en H et K; une troisième conique passant par A, B, C, D rencontre la droite en deux points P et Q qui forment avec H et K une division harmonique; d'où l'on conclut : trois coniques étant inscrites à un quadrilatère, si en un point commun à deux d'entre elles on mène les tangentes à ces deux courbes, ces tangentes forment un faisceau harmonique avec les tangentes menées de ce même point à la troisième. Prenant pour l'une des quatre tangentes la droite de l'infini, on a le résultat suivant :

*Si, par le foyer d'une parabole tangente à trois droites, on fait passer les deux paraboles qui touchent ces trois droites, elles se coupent à angle droit au point considéré.*

Soit donc M un point du cercle circonscrit au triangle formé par les trois droites : les deux paraboles qui passent en M et touchent les trois droites se coupent à angle droit au point M. On peut remarquer que les trois autres points de rencontre des paraboles décrivent trois coniques distinctes quand M se meut sur le cercle, et que les points de rencontre des côtés opposés et le point de rencontre des diagonales du quadrilatère qui a pour sommets les quatre points sont trois points fixes.

II. Soit PCD un triangle conjugué par rapport à une conique. Inscrivons une conique $\omega$ dans le triangle PCD; on sait qu'on peut alors incrire dans la première conique un triangle RST conjugué par rapport à la seconde; prenons la droite CD pour droite de l'infini, nous aurons le résultat suivant : le foyer d'une parabole conjuguée à un triangle coïncide avec le centre d'une hyperbole équilatère circonscrite au triangle; en d'autres termes, *le lieu des foyers des paraboles conjuguées à un triangle est le cercle des neuf points du triangle.* Ce résultat a été énoncé par Painvin (*Nouvelles Annales,* p. 443; année 1867).

III. Faisons passer une conique par les sommets d'un triangle PCD conjugué par rapport à une deuxième conique : on sait qu'on peut circonscrire à cette deuxième conique un triangle qui soit conjugué par rapport à la première; considérons ce triangle comme fixe, et prenons la droite CD pour droite de l'infini, nous aurons le résultat suivant :

*Le lieu des centres des hyperboles équilatères inscrites dans un triangle est le cercle conjugué à ce triangle.*

Ce théorème est bien connu.