Questions proposées

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 7 (1888), p. 111-112

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1888_3_7__111_1>

QUESTIONS PROPOSÉES.

1573. D'un point M du plan d'une ellipse, on mène à cette courbe les quatre normales MN_1, MN_2, MN_3, MN_4 et les deux tangentes MT_1 et MT_2; trouver le lieu du point tel que l'expression

$$\frac{MN_1 . MN_2 . MN_3 . MN_4}{MT_1 . MT_2}$$

ait une valeur constante donnée l^2. (BARISIEN.)

1574. On considère tous les points du plan d'une ellipse d'où l'on peut mener à cette courbe deux normales simples et une normale double, et l'on demande le lieu du pôle de la corde qui joint le pied de la normale double au pied d'une normale simple. (CHAMBON.)

1575. Les côtés d'un triangle PQR inscrit à une parabole rencontrent l'axe AS aux points L, M, N, et l'on prend sur AS des points L', M', N', tels que

$$AL.AL' = AM.AM' = AN.AN' = -AS^2,$$

A étant le sommet, S le foyer; démontrer, par la Géométrie pure, que les droites PL', QM', RN' se rencontrent sur la courbe. (R.-W. GENÈSE.)

1576. Les coefficients de l'équation

$$x^5 + \tfrac{5}{2}(a+b)x^4 + 10p_2x^3 + 10p_3x^2 + 5p_4x + p_5 = 0$$

sont liés par la relation

$$(10 - r)p_r = \tfrac{1}{2}(11 - 2r)(a + b)p_{r-1} + (r - 1)abp_{r-2},$$

où l'on suppose $p_0 = 1$ et $a > b$. Montrer que toutes les racines sont réelles et comprises entre $-a$ et $-b$. (D. EWARDES.)

1577. Soit, pour n infini,

$$\lim \frac{u_{n+1}}{u_n} = \lambda,$$

dans une série à termes positifs. Démontrer que

$$\lim \sqrt[n]{\frac{u_n}{\sqrt[n]{u_1 u_2 u_3 \ldots u_n}}} = \sqrt{\lambda}.$$

(E. CESARO.)

1578. Si $\lim n^x a_n = a$, pour n infini, on a

$$\lim n^x \sqrt[n]{a_1 a_2 a_3 \ldots a_n} = ae^x.$$

(E. CESARO.)

1579. Si les nombres positifs a_1, a_2, a_3, ... sont tels que l'on ait $\lim(a_n - n) = a$ pour n infini, on aura également

$$\lim \frac{1}{\sqrt{n}} \left(\frac{e}{n^2}\right)^{\frac{n}{4}} \sqrt[n]{a_1 a_2^2 a_3^3 \ldots a_n^n} = e^a.$$

(E. CESARO.)

1580. Si, dans la question précédente, on fait

$$b_n = \frac{2}{n}(a_1 + a_2 + a_3 + \ldots + a_n),$$

on a

$$\lim \frac{1}{\sqrt{n}} \left(\frac{e}{n^2}\right)^{\frac{n}{4}} \sqrt[n]{b_1 b_2^2 b_3^3 \ldots b_n^n} = e^{2a+1}.$$

(E. CESARO.)