

WEILL

Sur un théorème de Chasles

Nouvelles annales de mathématiques 3^e série, tome 6
(1887), p. 82-83

http://www.numdam.org/item?id=NAM_1887_3_6__82_1

© Nouvelles annales de mathématiques, 1887, tous droits réservés.

L'accès aux archives de la revue « Nouvelles annales de mathématiques » implique l'accord avec les conditions générales d'utilisation (<http://www.numdam.org/conditions>). Toute utilisation commerciale ou impression systématique est constitutive d'une infraction pénale. Toute copie ou impression de ce fichier doit contenir la présente mention de copyright.

NUMDAM

Article numérisé dans le cadre du programme
Numérisation de documents anciens mathématiques

<http://www.numdam.org/>

SUR UN THÉORÈME DE CHASLES;

PAR M. WEILL.

Chasles a démontré, dans la *Géométrie supérieure*, que si l'on mène à une courbe algébrique toutes les tangentes parallèles à une direction, le centre des moyennes distances des points de contact est indépendant de la direction. On peut démontrer ce résultat de la manière suivante.

m étant le coefficient angulaire de la direction, une tangente parallèle à cette direction aura une équation de la forme

$$y = mx + \varphi(m).$$

Supposons qu'il y en ait p ; par suite, on pourra mener à la courbe p tangentes par un point (x_1, y_1) ; si donc on pose $y_1 - mx_1 = h$, on aura, pour déterminer h, m étant donné, une équation de la forme

$$hp + Ah^{p-1} + Bh^{p-2} + \dots = 0.$$

Je dis que A est une fonction linéaire de m , et cela suffit à la démonstration. En effet, si la tangente doit passer par (x_1, y_1) , son équation donnera

$$\varphi(m) = y_1 - mx_1 = h,$$

et, en remplaçant h par cette valeur, on aura une équation en m qui devra être du degré p .

Dès lors, on a

$$A = km + L.$$

Ceci posé, le point où la droite $y = mx + \varphi(m)$ touche son enveloppe a pour abscisse

$$x = -\varphi'(m);$$

par suite,

$$\Sigma x = -\Sigma \varphi'(m) = k.$$

Le théorème est donc démontré, car on verrait de même que la somme des ordonnées des points de contact est constante.
