Concours général de 1887

Nouvelles annales de mathématiques 3e série, tome 6 (1887), p. 391-392

<http://www.numdam.org/item?id=NAM_1887_3_6__391_1>

CONCOURS GÉNÉRAL DE 1887.

Mathématiques spéciales.

Première question. — On représente par x_1, y_1, x_2, y_2, ..., x_m, y_m les coordonnées des points d'intersection de deux courbes algébriques dont les équations, mises sous forme entière, sont

$$f(x, y) = 0, \qquad F(x, y) = 0.$$

On suppose que tous ces points d'intersection sont simples et à distance finie.

1° Montrer que, pour chaque valeur de i, on peut écrire

$$\begin{gathered} f(x,y) = (x - x_i)\, a_i(x,y) + (y - y_i)\, b_i(x,y), \\ F(x,y) = (x - x_i)\, A_i(x,y) + (y - y_i)\, B_i(x,y), \\ i = 1,\ 2,\ \ldots,\ m, \end{gathered}$$

les coefficients a_i, b_i, A_i, B_i étant des polynômes en x, y.

2° On pose

$$\varphi_i(x, y) = \begin{vmatrix} a_i & b_i \\ A_i & B_i \end{vmatrix}$$

et

$$\Phi(x.y) = \sum_{i=1}^{i=m} C_i\, \varphi_i(x, y),$$

et l'on demande de déterminer les constantes C_i, de manière que le polynôme Φ prenne, pour $x = x_i$ et $y = y_i$, une valeur donnée u_i. Montrer que le polynôme Φ, ainsi obtenu, comprend comme cas particulier la formule d'interpolation de Lagrange.

3° Démontrer que tous les polynômes en x et y qui, pour $x = x_i$ et $y = y_i$, prennent la valeur u_i, peuvent être mis sous la forme

$$\Phi + Mf + NF,$$

M et N étant des polynômes en x et en y.

Seconde question. — Soient $f = 0$, $F = 0$ les équations de deux coniques u et U, et λ_1, λ_2, λ_3 les racines de l'équation obtenue en égalant à zéro le discriminant de la fonction $f - \lambda F$; trouver la relation entre λ_1, λ_2, λ_3 exprimant la condition nécessaire et suffisante pour qu'on puisse inscrire dans u un quadrilatère circonscrit à U.